

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по УР

_____ Бурняшова Т.В.

Подпись

ФИО

_____ 2020 г.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ СТУДЕНТОВ
ПО МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОМУ КУРСУ**

**01.04 Теоретические основы начального курса математики
с методикой преподавания**

**ПМ. 01 Преподавание по программам начального общего образования
программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ)
по специальности СПО**

44.02.02 Преподавание в начальных классах

ДЛЯ СТУДЕНТОВ ОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Составители:

Османова Мадина Сулеймановна, преподаватель ГБПОУ РД «Профессионально – педагогический колледж имени М. М. Меджидова»

Сулейманова Райсат Магомедхановна, преподаватель ГБПОУ РД «Профессионально – педагогический колледж имени М. М. Меджидова»

Шерифова Лейла Сабировна, преподаватель ГБПОУ РД «Профессионально – педагогический колледж имени М. М. Меджидова»

Учебно-методический комплекс по МДК 01.04 Теоретические основы начального курса математики с методикой преподавания. МДК составлен в соответствии с требованиями к минимуму результатов освоения ПМ, изложенными в Федеральном государственном стандарте среднего профессионального образования по специальности 44.02.02 Преподавание в начальных классах, утвержденном приказом Министерства образования и науки РФ от «05» ноября 2009 г. № 535.

Учебно-методический комплекс по междисциплинарному курсу (далее МДК) входит в ПМ. 01 Преподавание по программам начального общего образования и является частью программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ)

ГБПОУ РД «Профессионально – педагогический колледж имени М. М. Меджидова»

по специальности СПО 44.02.02 Преподавание в начальных классах, разработанной в соответствии с примерной программой и/или ФГОС СПО третьего поколения.

Учебно-методический комплекс по МДК 01.04 Теоретические основы начального курса математики с методикой преподавания адресован студентам очной формы обучения.

УМКД включает теоретический блок, перечень практических занятий и лабораторных работ, задания по самостоятельному изучению тем дисциплины, вопросы для самоконтроля, перечень точек рубежного контроля, а также вопросы и задания по промежуточной аттестации.

СОДЕРЖАНИЕ

Наименование разделов	стр.
1. Введение	4
2. Образовательный маршрут	7
3. Содержание дисциплины	8
3.1. Краткое содержание теоретического материала программы	8
3.2. Лабораторные работы	170
3.3. Практические работы	186
3.4. Самостоятельная работа (виды, формы контроля, методические рекомендации)	188
4. Тематика выпускных квалификационных работ	193
5. Контроль и оценка результатов освоения МДК	193
5.1. Текущий контроль	193
5.2. Итоговый контроль по МДК	202
8. Информационное обеспечение дисциплины	205

1. ВВЕДЕНИЕ

УВАЖАЕМЫЙ СТУДЕНТ!

Учебно-методический комплекс по МДК 01.04 Теоретические основы начального курса математики с методикой преподавания является частью профессионального модуля 01 Преподавание по программам начального общего образования и создан Вам в помощь для работы на занятиях, при выполнении домашнего задания и подготовки к текущему и итоговому контролю по МДК.

УМК по МДК включает теоретический блок, перечень практических занятий и лабораторных работ, задания для самостоятельного изучения тем дисциплины, вопросы для самоконтроля, перечень точек рубежного контроля, а также вопросы и задания по промежуточной аттестации (при наличии экзамена).

Приступая к изучению новой учебной МДК, Вы должны внимательно изучить список рекомендованной основной и вспомогательной литературы. Из всего массива рекомендованной литературы следует опираться на литературу, указанную как основную.

По каждой теме в УМК перечислены основные понятия и термины, вопросы, необходимые для изучения (план изучения темы), а также краткая информация по каждому вопросу из подлежащих изучению. Наличие тезисной информации по теме позволит Вам вспомнить ключевые моменты, рассмотренные преподавателем на занятии.

Основные понятия, используемые при изучении содержания МДК, приведены в глоссарии.

После изучения теоретического блока приведен перечень практических работ, выполнение которых обязательно. Наличие положительной оценки по практическим и лабораторным работам необходимо для получения зачета по МДК и допуска к экзамену, поэтому в случае отсутствия на уроке по уважительной или неуважительной причине Вам потребуется найти время и выполнить пропущенную работу.

В процессе изучения МДК предусмотрена самостоятельная внеаудиторная работа, включающая анализ показательных уроков, оформление дневников показательной практики, подбор системы упражнений, оформление дидактических игр и занимательного материала по математике.

По итогам изучения МДК проводится экзамен.

В результате освоения МДК Вы должны уметь:

- находить и использовать методическую литературу и др. источники информации, необходимой для подготовки к урокам;
- определять цели и задачи урока, планировать его с учетом особенностей учебного предмета, возраста, класса, отдельных обучающихся и в соответствии санитарно-гигиеническими нормами;
- использовать различные средства, методы и формы организации учебной деятельности обучающихся на уроках по всем учебным предметам, строить их с учетом особенностей учебного предмета, возраста и уровня подготовленности обучающихся;
- планировать и проводить работу с одаренными детьми в соответствии с их индивидуальными особенностями;
- планировать и проводить коррекционно-развивающую работу с обучающимися, имеющими трудности в обучении;
- использовать технические средства обучения (ТСО) в образовательном процессе;
- устанавливать педагогически целесообразные взаимоотношения с обучающимися;
- проводить педагогический контроль на уроках по всем учебным предметам, осуществлять отбор контрольно-измерительных материалов, форм и методов диагностики результатов обучения;
- интерпретировать результаты диагностики учебных достижений обучающихся;
- оценивать процесс и результаты деятельности обучающихся на уроках по математике, выставлять отметки;
- осуществлять самоанализ и самоконтроль при проведении уроков по математике;
- анализировать уроки для установления соответствия содержания, методов и средств, поставленным целям и задачам;
- осуществлять самоанализ, самоконтроль при проведении уроков.

В результате освоения МДК Вы должны знать:

- требования образовательного стандарта начального общего образования и примерные программы начального общего образования по математике;
- программы и учебно-методические комплекты для начальной школы по математике;
- вопросы преемственности образовательных программ дошкольного и начального общего образования;
- воспитательные возможности урока в начальной школе;
- методы и приемы развития мотивации учебно-познавательной деятельности на уроках по математике;
- особенности одаренных детей младшего школьного возраста и детей с проблемами в развитии и трудностями в обучении;
- содержание основных учебных предметов начального общего образования в объеме достаточном для осуществления профессиональной деятельности и методику их преподавания начального курса математики;
- требования к содержанию и уровню подготовки младших школьников;
- методы и методики педагогического контроля результатов учебной деятельности младших школьников по математике;
- основы оценочной деятельности учителя начальных классов, критерии выставления отметок и виды учета успеваемости обучающихся;
- педагогические и гигиенические требования к организации обучения на уроках;
- логику анализа уроков;
- виды учебной документации, требования к ее ведению и оформлению.

В результате освоения дисциплины у Вас должны формироваться общие компетенции (ОК):

Название ОК	Результат, который Вы должны получить после изучения содержания УД/МДК (показатели)
ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, предьявлять к ней устойчивый интерес.	Демонстрация интереса к будущей профессии учителя начальных классов; активное участие в учебных и воспитательных мероприятиях, достижение хороших стабильных результатов;
ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	выбор и применение эффективных методов и способов решения профессиональных задач при обучении математике.
ОК 3. Оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.	решение стандартных и нестандартных профессиональных задач в области обучения математике младших школьников.
ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	эффективный поиск необходимой информации; использование различных источников, включая электронные;
ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.	использование компьютерных технологий при проведении уроков и внеклассных занятий по математике;
ОК 6. Работать в коллективе и команде, взаимодействовать с руководством, коллегами и социальными партнерами.	демонстрация эффективной работы в творческих группах в процессе прохождения пробной практики и освоении программ ПМ;
ОК 7. Ставить цели, мотивировать деятельность обучающихся, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за качество образовательного процесса.	планирование и проведение уроков и внеурочных занятий по математике с соблюдением требований к ним; ответственное отношение к прохождению педагогической практики, положительные отзывы руководителей преддипломной практики;

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	самостоятельное планирование студентами повышения своего личностного и профессионального уровня; организация самостоятельных занятий при изучении профессионального модуля;
ОК 9. Осуществлять профессиональную деятельность в условиях обновления ее целей, содержания, смены технологий.	проявление профессионального интереса к инновационным материалам и современным технологиям области начального образования;
ОК 10. Осуществлять профилактику травматизма, обеспечивать охрану и здоровье детей.	соблюдение техники безопасности при планировании и организации профессиональной деятельности;
ОК 11. Осуществлять профессиональную деятельность с соблюдением правовых норм ее регулирующих.	соблюдение правовых норм профессиональной деятельности учителя начальных классов;

Содержание МДК направлено на формирование профессиональных компетенций в рамках профессионального модуля 01 Преподавание по программам начального общего образования.

В таблице приведены профессиональные компетенции, на формирование которых направлено содержание МДК 01.04 Теоретические основы начального курса математики с методикой преподавания.

Название ПК	Результат, который Вы должны получить после изучения содержания МДК (показатели)
ПК 1.1. Определять цели и задачи, планировать уроки.	Правильное определение целей и задач урока, разработка конспектов уроков математики в соответствии с требованиями;
ПК 1.2. Проводить уроки.	проведение уроков математики с соблюдением требований к уроку математики;
ПК 1.3. Осуществлять педагогический контроль, оценивать процесс и результаты обучения.	использование различных видов и форм контроля знаний, умений и навыков учащихся по математике, соблюдение норм оценок устных ответов и письменных работ учащихся; использование средств обратной связи при проведении уроков математики; проведение анализа и самоанализа урока математики по предложенной схеме;
ПК 1.4. Анализировать уроки.	правильное определение типа и структуры урока, эффективности методов и средств обучения, логики построения урока, приемов активизации учащихся;
ПК 1.5. Вести документацию, обеспечивающую обучение по программам начального общего образования по математике.	сформированность навыка ведения документации в соответствии с существующими требованиями;
ПК 4.1. Выбирать учебно-методический комплект, разрабатывать учебно-методические материалы (рабочие программы, учебно-тематические планы) на основе образовательного стандарта и примерных программ с учетом вида образовательного учреждения, особенностей класса / группы и отдельных обучающихся.	определение соответствия учебно-методических комплектов, учебно-методических материалов основным требованиям нормативно-правовых документов и современным тенденциям в сфере образования; создание портфолио учебно-методических материалов по математике.
ПК 4.2. Создавать в кабинете предметно-развивающую среду.	создание портфолио учебно-методических материалов для проведения уроков математики в начальных классах;
ПК 4.3. Систематизировать и оценивать педагогический опыт и образователь-	аргументирование способов решения проблем обучения математике младших школьников;

ные технологии в области начального общего образования на основе изучения профессиональной литературы, самоанализа и анализа деятельности других педагогов.	изучение педагогического опыта и образовательных технологий в области обучения математики; проведение самоанализа урока математики и анализа показательных и пробных уроков;
ПК 4.4. Оформлять педагогические разработки в виде отчетов, рефератов, выступлений.	соответствие оформления разработок установленным требованиям;
ПК 4.5. Участвовать в исследовательской и проектной деятельности в области начального образования.	установление логических связей при постановке целей, задач и планировании исследовательской и проектной деятельности в области изучения методики преподавания математики в начальных классах.

Внимание! Если в ходе изучения МДК у Вас возникают трудности, то Вы всегда можете к преподавателю прийти на дополнительные занятия.

В случае если Вы пропустили занятия, Вы также всегда можете прийти на консультацию к преподавателю в часы дополнительных занятий.

2. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАРШРУТ ПО МДК

Таблица 1

Формы отчетности, обязательные для сдачи	Количество
Лабораторные занятия	13
Практические занятия	21
Точки рубежного контроля	5
Итоговая аттестация	экзамен

Желаем Вам удачи!

3. СОДЕРЖАНИЕ МДК 01.04

3.1. Краткое содержание теоретического материала программы

Раздел 4. Преподавание математики по программам начального общего образования.

Тема 4.1. Начальный курс математики как учебный предмет.

Методика преподавания математики как учебный предмет. Характеристика основных понятий начального курса математики. Структура построения курса математики в начальной школе. Государственный стандарт образования по математике. Содержание обязательного минимума образования.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

В программе начальных классов сказано, что обучение начальной математике должно проходить в тесной связи с воспитанием и развитием учащихся.

Программа предусматривает формирование математических понятий на конкретном жизненном материале.

Программа позволяет вооружить детей умениями и навыками, необходимыми для самостоятельного решения новых учебных и практических задач, воспитания у них самостоятельности и инициативы, привычки и любви к труду, чувства ответственности, настойчивости, преодолении трудностей. Всеми знаниями, умениями и навыками учащиеся должны овладевать на уроке.

Вместе с тем обучение требует систематического выполнения детьми домашнего задания, что позволяет им приобрести практические умения и навыки.

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

1. Главное содержание НКМ - арифметический материал и величины, а также элементы алгебраического и геометрического материала.

2. Все вопросы теории и практики постоянно связаны между собой.

3. Математические понятия, свойства, закономерности раскрываются в их взаимосвязи.

4. Каждое понятие получает свое развитие.

5. Сходные между собой вопросы рассматриваются в сравнении.

6. Материал вводится концентрически, т.е. по разделам (концентр - раздел)

Материал:

1) арифметический (примеры и задачи)

2) величины (меры длины и массы и т.д.)

3) элементы алгебраического материала (буквенная символика, математические выражения, равенства, неравенства, уравнения)

4) элементы геометрического материала (точка, отрезок, прямая, угол и т.д.)

5) доли, дроби

Перечисленный материал вводится по разделам (концентрам). Вводится по четырем разделам:

1. **ДЕСЯТОК** (однозначные числа от 0 до 9)

2. **СОТНЯ** (двузначные числа от 10 до 99)

3. **ТЫСЯЧА** (трехзначные числа от 100 до 999)

4. **МНОГОЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА** (начиная с четырехзначного числа и далее).

ТЕМА 1: МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ ШКОЛЫ КАК НАУКА

План:

1. История развития **математики**. Её основные периоды.

2. Предмет и задачи методики обучения математике в начальных классах школы как науки.

3. Связь методики преподавания математики (МПМ) с другими науками.

4. Методы исследования, используемые методической наукой.

Вопросы для самоконтроля

1. На какие периоды разделяется история развития математики?
2. Что является предметом методики начальной **математики**?
3. В чем заключаются связь методики математики с педагогикой и психологией? Каковы основные линии этой связи?
4. Раскройте значение межпредметных связей для осуществления связей методики математики с другими методиками начального обучения?
5. Какие вы знаете методы исследований, используемых методической наукой? Охарактеризуйте каждый из них.

Литература - (1), (4), (6),(7), (8), (10)

Ключевые понятия.

- Основные периоды развития математики.
- Возникновение и развитие математических идей, понятий, элементарных фигур, способов исчисления и т.д.
- Цели, содержание, формы, средства и методы обучения **математике** – составные компоненты предмета МПМ.
- Наблюдение, эксперимент, изучение школьной документации, беседы, анкетирование – методы педагогического исследования.

Подготовка учителя начальной школы к многогранной педагогической деятельности по обучению и воспитанию школьников имеет комплексной характер. Основными компонентами этой подготовки по предмету математика является:

1. общественно – политическая и общепедагогическая подготовка;
2. психологическая и общепедагогическая подготовка;
3. математическая подготовка;
4. методическая подготовка

Это компоненты определенными образом связаны между собой, образуя единую подготовку учителя.

Несколько слов о самой **математике**, точнее об истории развития **математики**. В истории развития математики выделяют 4 периода:

- I- период зарождения математики;
- II- период математики постоянных величин;
- III - период математики переменных величин;
- IV - период современной математики.

Каждому периоду соответствуют возникновение математических идей, открытий фактов и т.д. В каждом периоде жили и творили известные математики, переводились математические труды на различные языки мира.

Математика, как всякая другая наука, находится в непрерывном развитии. Это оказывает большое влияние на развитие техники, экономики, на другие науки, в том числе на педагогику и методику преподавания **математики**.

«Методика» - слово греческого происхождения, означает «метод - путь». Методика математики – отрасль педагогики, входящая в систему педагогических наук и исследующая закономерности обучения математике на определенном уровне её развития в соответствии с целями обучения, поставленными обществом.

Предметом методики начального обучения является:

1. Обоснование целей обучения **математике**;
2. Научная разработка содержания обучения математике;
3. Научная разработка методов обучения ;
4. Научная разработка средств обучения.
5. Научная разработка организации обучения.

Таким образом, цели, содержание, методы, средства и формы обучения является основными компонентами методической системы.

Методика преподавания математики тесно связана с другими науками и прежде всего с **математикой**, педагогикой, возрастной психологией и другими науками.

К методам педагогического исследования относятся: наблюдение, эксперимент, изучение школьной документации, изучение ученических работ, беседы, анкетирование. В последнее время стало намечается использование математических и кибернетических методов, а также методов моделирования.

ТЕМА 2: НАЧАЛЬНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ КАК УЧЕБНЫЙ ПРЕДМЕТ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

План:

1. Роль **математики** в общественной жизни человека.
2. Образовательные, воспитательные и развивающие цели и задачи.
3. Содержание курса.
4. Преемственность в обучении математики

Вопросы для самоконтроля

1. Основные задачи обучения математики в начальных классах.
2. Математика – триединый курс: арифметика, **алгебра**, геометрия.
3. Знания, умение и навыки, которые учащиеся должны получить, изучая математику.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6),(7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

– Образовательные цели и задачи – сформировать и развивать представления о математических понятиях и геометрических фигурах в рамках программы.

– Воспитательные цели и задачи – развивать и математические понятия и представления всех познавательных процессов, в том числе речь, умственную и практическую деятельность учащихся .

– Практические цели и задачи - формировать навыки применения математических знаний, умений и навыков решения жизненно-практических задач.

В период обучения **математике** в начальных классах учащиеся должны получить следующие математические знания, умения, навыки.

а) понятие о натуральном числе, нуле, натуральном ряде чисел, их свойства, понятие об обыкновенных и десятичных дробях;

б) представления об основных величинах (длине отрезка, стоимости, массе предметов, площади фигур, ёмкости и объёме тел, времени), единицах измерения, величин и их соотношениях;

в) значение метрической системы мер, мер времени и умение практически пользоваться ими.

г) умение проводить четыре основных арифметических действия с многозначными числами и дробями.

д) Умение решать простые и составные задачи (в 3-4 действия).

Изучение **геометрии** в школах ставит и решает три основные задачи, которыми определяется организация и методика обучения.

1. **Общеобразовательная задача:** развивать представления о математических понятиях и геометрических фигурах и телах, их образах, свойствах, отношениях, сформировать представления о геометрических величинах (длинах отрезков, площадях фигур, объёмах тел), единицах их измерения.

2. **Воспитательная задача:** развивать пространственные представления, воображение, логическое мышление, речь, умственную и практическую деятельность учащихся.

3. **Практическая задача:** формировать навыки измерения и построения геометрических фигур с помощью измерительных и чертёжных инструментов, развивать умения решать жизненно-практические задачи.

Наличие геометрических знаний способствует более успешному изучению таких учебных предметов, как ручной и профессиональный труд, рисование, черчение, физкультура, естествознание, география. Не стоит забывать о главной общеобразовательной задаче обучения **математике** детей с психофизическими недостатками в развитии. Добиться овладения учащимися системы доступных математических знаний, умений и навыков, необходимых в повседневной жизни и в будущей профессии. Обучение математике в школах для детей с психофизическими недостатками в развитии способствует формированию таких черт личности как, аккуратность, настойчивость, воля. Обучение математике способствует решению и воспитательных задач. **Математика** как учебный предмет содержит необходимые предпосылки для развития познавательных способностей учащихся, она формирует и корригирует такие формы мышления, как сравнение, анализ, синтез, развивает способность к обобщению и конкретизации, создаёт условия для коррекции памяти, внимания и других психических функций. В процессе обучения математике развивается речь учащихся, обогащается специальными математическими терминами и выражениями. Учащиеся учатся комментировать свои действия, давать полный словесный отчёт

о решении задачи, примера, выполнения того или иного задания по математике. Подготовка учащихся к жизни, трудовой деятельности является одной из наиболее важных задач обучения. Овладения умениями и навыками счёта, устных и письменных вычислений, измерений, решения арифметических задач, ориентации во времени и пространстве, знание свойств геометрических фигур позволяет учащимся решать жизненно-практические задачи.

ТЕМА 3: МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

План:

1. Определяющее значение методов в обучении **математике**.
2. Виды методов обучения.
3. Факторы, влияющие на отбор методов обучения.
4. Требования к методам обучения.
5. Характеристика и особенности реализации основных методов.
6. Пути дальнейшего совершенствования методов обучения математике .

Вопросы для самоконтроля.

1. Роль методов обучения **математике**.
2. Критерии использования того или иного метода обучения **математике**.
3. Сущность самых основных методов обучения **математике**.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6),(7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

– Метод обучения – способы совместной деятельности учителя и учащихся для формирования того или иного понятия, включает в себя бесконечное множество видов.

– Методика обучения – процесс, система образования знаний, умения и навыков. Включает в себя принципы, методы, средства, формы, содержание обучения.

1. Методы обучение **математике**.

Под методами обучение в дидактике принято понимать способы совместной деятельности учителя и учащихся, при помощи которых учитель передаёт, а учащиеся усваивают знание, умение и вырабатывают навыки.

Выбор методов обучение обуславливаются рядом факторов: задачами школы на современном этапе развития, учебным предметом, содержанием изучаемого материала, возрастам и уровнем развития учащихся, а также уровнем готовности их к овладению учебным материалом. На выбор методов обучения оказывает влияние подготовка учащихся к овладению определенной профессией, а также решение задач, социальной адаптации.

При ознакомлении учащихся с новыми знаниями используется метод рассказа. В методике **математики** этот метод принято называть - методов изложения знаний. Наряду с этим методом самое широкое распространение получит метод беседы. В ходе беседы учитель ставит перед учащимися вопросы, ответы на которые предполагают использование уже имеющихся знаний. Опираясь на имеющиеся знание, наблюдения, прошлый опыт, учитель постепенно ведет учащихся к повышенным знаниям. Закреплению новых знаний, формированию умений и навыков, совершенствованию новых знаний способствует метод самостоятельной работы. Нередко, используя этот метод, учитель так организует деятельность учащихся, что новые теоретические знания ученики приобретают самостоятельно и могут применять их в аналогичной ситуации.

Таким образом, в зависимости от формы организации совместной работы учителя и ученика выделяют следующие методы обучение: изложение знаний, беседа, самостоятельная работа.

Методы обучение в дидактике классифицируется также в зависимости от источника знаний. В соответствии с этой классификацией выделяются словесные методы (рассказ или изложение знаний, беседа, работа по учебнику или другим печатным материалам), наглядные методы (наблюдение, демонстрация предметов или их изображений), практические методы (измерение, вычерчивание геометрических фигур, лепка, аппликация и т.д.).

В зависимости от способов организации учебной деятельности школьников (непродуктивная, продуктивная деятельность) выделяется такие методы:

- объяснительно-иллюстративный метод, при котором учитель даёт образец знания, а затем требует от учащихся воспроизведение знаний, действий, заданий в соответствии с этим образцом;

- частично-поисковый метод, при котором учащиеся частично участвуют в поиске путей решения поставленной задачи. При этом учитель расчленяет поставленную задачу на части, час-

точно показывает учащимся пути решения задачи, а частично ученики самостоятельно решают задачу.

- исследовательский метод - это способ организации творческой деятельности учащихся в решении новых для них проблем.

В учебном процессе в школе чаще всего мы наблюдаем комбинацию указанных методов.

Проблемное изучение знаний - это такое изложение, при котором учитель ставит проблему. Учащиеся, пытаясь ее разрешить, убеждаются в недостатке знаний. Тогда учитель указывает путь её решение.

2. Особенности использование методов обучение на уроках **математики**.

При объяснении нового материала учитель должен связать его с пройденной темой, устанавливая взаимосвязи между уже имеющимися у учащихся знаниями. В установлении этих взаимосвязей учитель вовлекает учащихся воспроизводить имеющиеся знания, опираясь на их прошлый опыт. При этом он широко использует наглядность: предметные пособия, иллюстративные таблицы, дидактический раздаточный материал, схемы, чертежи.

Объяснение нового материала во вспомогательной школе не должно быть продолжительным, особенно в младших классах. Новый материал следует разбить на небольшие логически завершённые порции. Нередко объяснение учителя сопровождается демонстрацией наглядных пособий, практической работой учащихся с дидактическим материалом.

После изучения новой темы учитель использует беседу. Он готовит схему вопросов, с помощью которых не только воспроизводится усвоенный ранее учащимися материал, но организуется наблюдение учащихся. Вопросы, которые ставит учитель в беседе, должны быть тщательно продуманы заранее. Необходимо соблюдать их логическую последовательность. Они должны быть сформулированы четко, кратко, доступно. Организуя фронтальную работу с учащимся, следует учитывать индивидуальные возможности каждого ребенка.

Выбор методов определяется конкретными условиями обучения. Но какой бы метод не использовал учитель, он должен учитывать психофизические особенности учащихся, доступность для них учебного материала, наличие наглядных и технических средств обучения.

3. Контроль качества знаний, умений и навыков.

Контролем постоянно сопровождается процесс обучение **математики**. Проверка знаний учащихся позволяет установить проблемы в знаниях, умениях и навыках, а также вовремя их устранить.

Если контроль показал отсутствие или слабое усвоение знаний по той или иной теме, учитель должен проанализировать и свою работу: правильность выбора учебного и дидактического материала, методов, организации учебного процесса, учета возможностей класса и каждого ребёнка.

Контроль качества знаний, умений и навыков.

1. Текущая проверка.

2. Устный опрос

а) фронтальный

б) индивидуальный

3. Самостоятельная работа.

4. Контрольные работы.

5. Итоговый контроль.

ТЕМА 4: ОРГАНИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

План:

1. Принципы построения программ по **математике** для начальных классов: а) Содержание начального курса **математики** б) Связь программы по математике с программами по другим учебным дисциплинам.

2. Формы организации учебной работы по математике: а) Урок - основная форма организации учебной работы по математике. б) Типы уроков. в) Внеурочные, индивидуальные и групповые занятия. г) Домашняя самостоятельная работа.

3. Внекласная работа по математике

4. Проверка и оценка знаний, умений и навыков по математике .

5. Планирование учебной работы по математике.

Вопросы для самоконтроля.

1. Различия в содержании, организации, планирование преподавания **математики** в школе.

2. Особенности уроков **математики** в начальных классах.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6),(7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

– Содержание- программные требования.

– Организация - урок, другие виды занятий, домашняя самостоятельная работа, экскурсии.

– Планирование - учебный план; четвертные, годовые тематические планы; календарно-тематический план.

Принципы построения программы по математике для начальных классов почти те же, что и в массовой школе. Обучение **математике** идет на основе программ, составленных по концентрическому и линейному принципам. Концентрический подход выражается в том, что любые понятия **математики** сначала изучаются в элементарном виде, затем эти понятия углубляются и расширяются, например понятие чисел.

В начальных классах для изучения чисел применяется концентрический метод, сначала изучается до числовой период, затем идут концентры чисел, только в массовых школах концентры делятся на:

числа в пределах 10

числа в пределах 100

числа в пределах 1000

концентр многозначных чисел

В последующих классах тема чисел повторяется, только в более углубленном расширенном виде. Например, отрицательные дроби, рациональные числа и т.д.

Линейный принцип. Принцип линейности заключается в том, что программа составлена так, что обучение **математике** идет от простого к сложному. Наглядно это можно проследить на геометрическом материале, т.е. сначала идут геометрические понятия на прямой, на плоскости, в пространстве и т.д.

Программы по **математике** составлены в тесной связи с программами по другим учебным дисциплинам, особенно с программой по ручному труду.

Основная форма организации учебной работы по математике в начальных классах является урок. Уроки математики делятся на следующие типы:

1. Урок сообщения нового материала.

2. Уроки закрепления знаний, умений и навыков.

3. Комбинированные уроки.

4. Контрольный или учетный урок.

Каждый тип урока имеет свою структуру, которая заключается в следующем:

1. Закрепление и проверка знаний ранее изученного материала.

2. Изучение нового материала.

3. Закрепление нового материала.

4. Задание на дом.

а) Изучение нового материала

б) Закрепление изученного на данном уроке и ранее пройденного.

в) Практическое задание на дом.

г) Подготовительная работа к изучению следующей темы.

Вышеизложенная структура целиком и полностью относится к комбинированному уроку. Ещё одним типом урока **математики** является урок анализа контрольной работы. К каждому уроку учитель готовит тщательно, обдуманый план-конспект, который составляется на основе четверного плана, в свою очередь четвертной план составляется учителем в начале учебного года на основе программы по предмету, а программа составляется опытными, преподавателями. Программы являются государственным документом, кроме этого ежегодно издаются учебные планы, которые утверждаются министерством образования. В этих учебных планах указывается, сколько часов в неделю отводится каждому предмету в данном классе и на основе этого с помощью программы учителем составляется четвертной, полугодовой и годовой план по предмету.

На каждый класс в этом плане отражается:

1. Каждая тема

2. Количество часов на каждую тему

3. Дата проведения

Четвертные планы обсуждаются на заседании методобъединения школы, заверяются председателем методобъединения, завучем и утверждаются директором школы. Кроме этого, на каждый урок составляется план-конспект, наглядное пособие по теме. План-конспект заверяется завучем. Без плана-конспекта учитель не имеет право вести урок.

План-конспект состоит из следующего:

1. Название урока.

Число.

Тема урока.

Цель урока и задачи (образовательные, воспитательные и коррекционные).

5. Оборудование (технические средства обучения, наглядные пособия, раздаточный материал, дидактический материал, различные приборы, линейки, транспортиры и т.д.)

6. Организационный момент (посещаемость, внешний вид учащихся, состояние классной комнаты, проверка домашнего задания, речевая зарядка)

7. Ход урока: а) Устные упражнения, направленные на осуществление коррекционной работы. б) Повторение пройденного материала. в) Изложение нового материала. г) Закрепление нового материала. д) Домашнее задание. е) Итог урока.

Общие требования к уроку:

1. На каждом уроке **математике** нужно проводить самостоятельную работу, рассчитанную на 5-7 минут или при повторении пройденного материала или при закреплении нового материала.

2. На каждом уроке необходимо, чтобы решалась, хотя бы одна задача.

3. Домашнее задание задается из расчёта 50 % пройденного на уроке.

4. На всех уроках проводятся устные упражнения, кроме уроков контрольной работы.

5. На уроках контрольной работы обычно нет домашнего задания.

6. На каждом конспекте к каждому этапу планируется определенное количество времени. Например, организационный момент 3-5 минут, устный счет не более 10 минут, объяснение 15-20 минут.

7. На каждом уроке планируется 5 минут на объяснение домашнего задания и на подведение итога.

Тема 4.2 Организация обучения математике на развивающей основе.

Средства обучения математике. Оснащение учебного процесса. Урок как развивающая форма организации учебной деятельности. Особенности урока математики в современной начальной школе. Виды уроков. Деятельность педагога при планировании и проведении урока. Методический анализ урока математики в начальных классах. Внеклассная работа по математике как одна из форм организации познавательной деятельности младших школьников. Домашняя работа по математике как средство развития самостоятельности младших школьников.

ТЕМА 5: СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

План:

1. Основные средства обучения **математике** в начальных классах.

2. Учебник математики - важнейший элемент учебного процесса.

3. Наглядные пособия и их значения в реализации дидактического принципа наглядности на уроках **математики**.

4. Дидактический материал.

5. Технические средства обучения на уроке математике

6. Взаимосвязь средств, методов и принципов обучения математике.

Вопросы для самоконтроля.

1. Роль средств обучения **математике**.

2. Особенности учебников математики начальных классов .

3. Особенности обеспечения и использования наглядных пособий.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6),(7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

– Средства - учебник, наглядные пособия, дидактический материал, технические средства обучения.

– Средства, методы, принципы обучения, их различия, сходства, соответствие, основанность друг на друга.

Система средств обучения **математике** младших школьников должна складываться из следующих основных пособий:

1. Учебник по математике для начальных классов.

2. Учебные пособия, содержащие материал в дополнение к учебнику: Карточки-задания для организации самостоятельной работы учащихся; сборники задач для устных вычислений; материалы для проверки знаний учащихся и др.

3. Различного рода методические пособия для учителя.

4. Материально-предметные (иллюстративные) модели, к которым могут быть отнесены приборы, измерительные инструменты, таблицы, раздаточный материал и счетный материал и т.д. Учебник как основное средство обучения **математике**.

Учебники математики для начальных классов. Учебник систематически и полно раскрывают содержание курса математики, отражают уровень знаний, умений и навыков, которыми должны овладеть учащиеся в каждом классе. Наряду с задачей - сообщать определенную информацию, учебники выполняют дидактические функции: помогают сознательно усваивать знания, учат приемам умственной деятельности, способствуют формированию определенных умений и навыков, в том числе и навыков самостоятельной работы, контроля и самоконтроля, помогают учителю воспитывать и развивать учащихся. Учебник, содержащий в себе иллюстрации, дает большие возможности для проведения разнообразной по форме и содержанию коррекционной работы.

Система расположения в учебниках иллюстраций и упражнений способствует развитию у детей абстрактного мышления, так как постепенный переход от предметной наглядности к условной дает возможность успешнее формировать у учащихся навыки моделирования математических понятий. Не меньшее значение имеет система представленных в учебнике иллюстраций для развития конкретного мышления детей.

Таким образом, содержащиеся в учебнике рисунки и сюжетные материалы, чертежи, схемы, таблицы, образцы математической записи помогают учащимся не только осознавать многие математические зависимости, но и дают материал для математических обобщений, знакомят их с различными сторонами окружающей действительности.

Успех применения рисунков во многом зависит и от того насколько быстро и хорошо дети научатся понимать изображения. Для этого в процессе работы необходимо знакомить учащихся с изобразительными средствами. Постепенно надо довести до их сознания, что основные контуры линии передают форму и строение предмета, а рельефные специальные штриховки разного

типа, разграничительные и связывающие вспомогательные линии служат средством передачи в рисунке материальной фактуры предмета, отдельности и связи между его частями.

Наиболее эффективной является такая форма, когда восприятием ученика руководит учитель. Он направляет его внимание посредством системы наводящих вопросов, помогающих понять рисунок и осмыслить его суть. Руководство со стороны учителя должно принимать различные формы в зависимости от новизны и сложности воспринимаемого учащимся рисунка.

Например, проходя тему «Больше, меньше, столько же», беседу по одному из рисунков учебника можно построить так: «Найдите верхний левый рисунок. Что нарисовано на этой картинке? (Учащиеся затрудняются ответить). Нарисовано то, с чем вы любите играть. Особенно мальчики! (машина) Что это за машина? Как она называется? (В такой ввозят хлеб и продукты). Давайте назовем её продуктовой машиной. А что нарисовано правее? (Тоже продуктовая машина). Теперь найдите левый нижний рисунок. Что здесь нарисовано? (машина-бензовоз). А рядом? (тоже бензовоз) Сколько всего машин нарисовано? (четыре). Сколько из них продуктовых? (две). А бензовозов (тоже две машины). А как по-другому можно сказать про эти машины? (Продуктовых машин столько же, сколько бензовозов, бензовозов столько же, сколько продуктовых машин).

Надо отметить, что хотя иллюстрации выполнены с учетом требований, предъявляемых к рельефному графическому рисунку, некоторые из них имеют недостатки.

Например, рассмотрим случай, когда на рисунке изображены два ряда одинаковых по форме и величине березовых листочков, отличающихся только тем, что одни из них гладкие, а другие: нанесена рельефно-точечная штриховка. Работать по этому рисунку неудобно, потому что неясно по каким признакам можно различать эти листочки. Называть их гладкими и шероховатыми неверно, так как березовые листочки всегда гладкие. В данном случае для восприятия с помощью осязания был адаптирован взятый из учебника для массовых школ плоский рисунок с изображением зеленых и желтых березовых листьев. Большой интерес у детей вызывает и работа с изображением геометрических фигур. Здесь следует только оговорить отдельные детали. Для иллюстрации состава чисел в учебнике часто используются изображения геометрических фигур. Например кругов, заштрихованных и не заштрихованных (иногда дан только рельефный контур) рельефной точечной штриховки.

Большое место в учебнике занимают иллюстрации, служащие наглядной основой при изучении геометрического материала, предусмотренного программой. Выполнение заданий геометрического содержания способствует развитию пространственных представлений у учащихся, умений наблюдать, сравнивать, абстрагировать и обобщать. Все задания геометрического содержания в рельефно-точечном варианте учебника, на наш взгляд, можно разделить на три группы.

К 1-ой группе мы относим задания, которые можно выполнить на основе иллюстрации учебника без изменений и дополнений, т.е. так, как указано в книге. Примерами таких заданий могут быть следующее:

Усмотрим рисунок и скажем, как называются эти фигуры. Найди среди четырехугольников прямоугольники. Найди среди прямоугольников квадраты. Ответ учащихся состоит в том, чтобы назвать номера, соответствующие тем или иным геометрическим фигурам.

Во 2-ю группу составили задания, которые учащиеся могут выполнить с помощью математического прибора. Например, задания типа

а) отметь точки, как показано на чертеже и соедини их отрезками так, чтобы получился четырехугольник.

К 3-ей группе мы отнесли задания, выполнения которых младшими школьниками сопряжено с большими трудностями и неоправданными потерями времени или даже невозможно.

Пример: Начерти на бумаге и вырежи один прямоугольник и четыре треугольника, как на рисунке. Составь из этих фигур: а) треугольник б) различные четырехугольники в) шестиугольники.

В связи с изучением понятия «миллиметр» в учебнике дано следующее пояснение: На нижнем рисунке 1 см показан в увеличенном виде. Под этим пояснением изображена часть линейки в 1 см, фактически длина которой - 5 см. Так как в начальных классах детей еще не знакомят с понятием «масштаб», иллюстрации могут отрицательно сказаться на формировании четких представлений о мерах длины у учащихся. В этом случае целесообразно воспользоваться пластмассовой линейкой с миллиметровыми делениями или использовать другой наглядный материал.

Учебные пособия, содержащие материал в дополнение к учебнику.

Одно из важных мест среди обучения занимают карточки с математическими заданиями. Эти пособия предназначены для того, чтобы помочь учителю в организации самостоятельной работы учащихся на различных этапах урока. Они могут быть использованы для проведения контрольных и обучающих самостоятельных работ, организации фронтальной, групповой и индивидуальной работы в классе, восполнение пробелов в знаниях детей. Использование карточек позволят решать ряд дидактических задач. С их помощью можно эффективно организовать фронтальную работу с классом при изучении нового материала, проводить самостоятельные работы по закреплению и проверке пройденного материала. Кроме того, работа по карточкам способствует воспитанию самостоятельности, развитию мышления, творческих способностей учащихся помогает осуществлять дифференцированный подход с учетом подготовленности каждого ученика.

Среди средств обучения **математике** младших школьников важную роль играет наборы, инструменты, приборы и модели. В одних условиях эти средства обучения сами являются объектами изучения, а в других применяются как дидактические пособия, с помощью которых формируются математические представления понятия, умения и навыки. Рассмотрим фланелеграф и наборное полотно. Фланелеграф облегчает детям ориентировку на парте (раздаточный материал рассеивается по всему столу, а лежит на фланелеграфе) и снимает шум при работе с палочками, монетами и другими предметами. Наборное полотно тоже облегчает ориентировку и служит подсобным средством во время использования раздаточного материала при изучении многих

тем, предусмотренных программой. Рассмотрим конструкцию фланелеграфа и наборное полотно. Фланелеграф: обтянутый однотонной фланелью картонный прямоугольник, в качестве которого может служить обложка старой ненужной книги, изданной рельефно-точечным шрифтом. В некоторых школах фланелью оклеивается дно коробки (высота её около 2 см), края которой не позволяют скатываться расположенным на нем предметам, можно вложить фланель на дно крышки коробки, в различных отделениях которой лежит раздаточный материал (геометрические фигуры, камешки, игрушечные грибочки, уточки и т.д.) Наборное полотно размером 460 x 165 мм, расстояние между пазами 70 мм, а глубина паза 8 мм. Наборное полотно имеет рамку, чтобы вставляемые в пазы геометрические фигуры и карточки из них не выпадали. Основание описываемого полотна изготовлено из деревянных реек, а пазы образованы наложением на основание полотна трех пластмассовых пластинок. При отсутствии пластмассовых пластинок и фанеры наборное полотно такой конструкции можно сделать из плотного картона.

Раздаточный материал – также одно из основных дидактических средств наглядности при обучении детей. Виды и формы раздаточного материала весьма разнообразны. Его виды определяются изучаемыми материалами, их конкретным содержанием, что касается функций, то они в основном заключаются в том, чтобы раскрывать содержание новых понятий, закреплять изученный материал, обеспечивать активную самостоятельную учебную деятельность учащихся, контролировать усвоение материала. Пользуясь раздаточным материалом на основе действий с конкретными знакомыми предметами, учащиеся под руководством преподавателя учатся считать, сравнивать различные группы предметов, устанавливают различные связи между числами. Основными видами раздаточного материала являются: счетные палочки, кубики, карточки (разрезные цифры, пособия с аппликационными изображениями и т.д.), монеты.

Счетные палочки - один из самых простых и ценных средств обучения. Их можно широко применять при изучении первого и второго десятка и темы «Сотня». С их помощью наглядно объяснить учащимся образование и состав чисел натурального ряда изучать арифметические действия. Кроме того, они применяются и при пропедевтике **геометрии**. Из палочек дети строят различные геометрические фигуры: треугольники, четырехугольники и т.д. Примером использования палочек для контроля знаний является игра «молчанка», учитель называет число (1, 2, 3, 4, 5), а ученики берут в руки и называют соответствующие количество палочек.

Карточки используются на всех этапах урока: при проверке домашнего задания, объяснении и закреплении нового материала, повторении пройденного и осуществлении контроля над знаниями учащихся. Разрезные цифры и знаки арифметических действий и отношений - это набор карточек с рельефными изображениями в виде аппликационного рисунка чисел (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90) и знаков (+, -, =, >, ^).

Размеры таких карточек приблизительно 5-5,5 x 9,5 см - для однозначных чисел и знаков, 10-11 x 9,5 см - для двухзначных чисел. С помощью разрезных цифр и знаков арифметических действий можно эффективно организовать фронтальную работу.

Средства обучения к теме «мера длины, линейка, треугольник».

Ознакомление с понятием о прямой и отрезке, мерами длины, измерением и построением отрезков, видами углов занимает исключительно важное место в процессе обучения младших школьников. Для развития у детей представлений о прямой и отрезке, необходимо выяснить, в каких жизненных ситуациях они встречались с прямыми и отрезками.

Учебно-наглядные пособия для изучения геометрического материала.

При изучении предусмотренного программой геометрического материала необходимо пользоваться чертежными и измерительными инструментами (линейка, угольник, циркуль), чертежными приборами, индивидуальными карточками с изображением различных геометрических фигур, математическим приборам, наборам моделей геометрических фигур, иллюстрациями в учебнике к задачам с геометрическим содержанием. С треугольником дети знакомятся с 1 класса. Во 2 классе с помощью линейки они могут расширить (под руководством учителя) свои представления об этой геометрической фигуре. Измерив длины сторон различных треугольников, ученики 2 класса наглядно могут убедиться в существовании трех видов треугольников: разносторонних, равнобедренных и равносторонних. Такую геометрическую фигуру, как круг дети тоже знают с 1 класса. А вот с окружностью, её центром и радиусом учащиеся знакомятся позже. Уроки проводятся с помощью вырезанных из бумаги фигур, карточек с аппликационными изображениями (из бархатной бумаги) геометрических фигур, трафаретов.

Пособия для изучения тем «тысяча» и «многозначные числа».

При изучении этих тем большим эффектом пользуется два пособия; абак с подвижными цифрами и пособие для изучения многозначных чисел. Цифры и слова написаны как плоским, так и рельефно-точечным шрифтом. Данное пособие позволяет проводить с учащимися разнообразные упражнения по нумерации чисел в пределах 1000. Например: «покажи и прочитай число, содержащее 3 единицы первого разряда, 1 единицу второго разряда и 7 единиц третьего разряда, «покажи и прочитай число, содержащее 6 сотен, 4 десятка, 5 единиц. Кроме того, этот абак можно использовать при устном счете, когда производится действия в пределах 100. Пособие для изучения многозначных чисел представляет собой карточный лист, с двумя горизонтальными рядами карманчиков в каждом ряду. В нижние карманы вставляются карточки с цифрами, которые написаны плоским и рельефно-точечным шрифтом одновременно. В первый (если считать слева направо) карман вставляются карточки с цифрой 2 и т.д. Верхний ряд карманов предназначен для составления учащимися многозначных чисел. Такое пособие можно использовать при выполнении всевозможных, упражнений по нумерации чисел в пределах класса миллионов, а также при выполнении устного счета. Кроме того, это пособие можно применять как при объяснении нового материала, так и при закреплении и особенно при проверке знаний учащихся.

Счеты.

Счеты как наглядное пособие в школах для слепых детей можно широко применять на протяжении всех лет начального обучения. Во время подготовительного периода на уроках косточки счетов могут быть использованы в качестве счетного материала при усвоении последовательности натурального ряда чисел в прямом и обратном направлении. Например, по заданию

учителя учащиеся могут откладывать по одной косточке справа налево и хором считать: «один, два, три» (в пределах изученного), а затем отбрасывая по одной косточке слева направо и пересчитывая оставшиеся, вести обратный счет. Опыт показал, что подобные упражнения способствуют сознательному прочному и более быстрому овладению слепыми детьми знаниями, предусмотренными темой «нумерация, которые им зачастую неподготовленным к школе» даются труднее, чем их зрячим сверстникам. Расположение косточек (параллельными горизонтальными рядами) можно использовать для сравнения двух множеств, форсирования понятий о равенстве и неравенстве. Так, используя счеты можно проводить упражнения, связанные с уравнением двух множеств, в одном из которых содержится больше элементов, чем в другом. На счетах могут быть проиллюстрированы свойства сложения и вычитания (прибавление суммы к числу суммы), вычитание суммы из числа и числа из суммы, вычислительные приемы, основанные на применении этих свойств.

При изучении нумерации чисел в пределах сотни каждая проводка предназначена для иллюстрации определенного разряда чисел (разряд единиц, разряд десятков и т.д.), а каждая косточка - единицы соответствует разряду.

Мера времени.

Во время изучения этой темы у учащихся должны быть сформулированы представления о таких промежутках времени как минута, час, суток, неделя, месяц, год. Дети должны знать соотношения между минутой и часом, часом и сутками, неделей и месяцем, месяцем и годом, порядок следования дней недели и месяцев в году, уметь определять и показывать время на модели часов. На 1-ом году обучения надо уточнить представления учащихся о частях суток (утро, день, вечер, ночь), время года, последовательности и названиях месяцев, принадлежности месяцев к определенному времени года. Для обучения используют следующие пособия: табель-календарь на год, модели рельефных циферблатов с неподвижными стрелками, модели рельефных циферблатов с подвижными стрелками, карточки с таблицей мер времени, специальные будильники.

Итог.

Широкое использование средств обучения в практике учебно-воспитательной работы на уроках **математике** не только обеспечивает усвоение материала, но и способствует преодолению специфических трудностей в процессе усвоения математики младшими школьниками

Методы обучения.

В программе начальных классов отмечено, что усовершенствование методики направлено на активизацию познавательной деятельности учащихся, на развитие самостоятельности, на всестороннее развитие, на воспитание интереса к знанию, желания овладеть новыми знаниями и их практическое применение.

Вопросы о методах обучения – это вопрос о том, как учить.

Методы обучения раскрывают способы, особенности совместной деятельности учителя и учащихся, с помощью которой достигается овладение знаниями, умениями и навыками, формируется мировоззрение учащихся, развиваются их способности.

Первая группа методов организации и осуществления учебно-познавательной деятельности учащегося.

Методы:

1. **Словесный** (беседа, рассказ)
2. **Наглядный** (т.е. использование наглядности)
3. **Практический** (направленное нахождение S и P, выполнение конкретных примеров и т.д.)
4. **Индуктивный** (учитель, проводя беседу, предлагает учащимся ряд упражнений. Учащиеся выполняют их, анализируют, выделяют главное, делают вывод, формируют правила. Работа идет от частного к общему, т.е. от упражнений к правилу)
5. **Дедуктивный** (обратный индуктивному методу, т.е. работа идет от общего к частному, т.е. от правила к выполнению упражнений)
6. **Аналитический** (напр. при решении задач, когда выделяет условие и вопрос, дает рассуждение для правильного выбора арифметического действия, что поможет ответить на вопрос задачи.)
7. **Синтетический** (метод, обратный аналитическому, т.е. из частей складывается целое)
8. **Репродуктивный** (это воспроизведение учащимися услышанного объяснения учителя)
9. **Частично – поисковый** (проходит беседа с наводящими вопросами учителя, которые помогают учащимся сделать вывод)
10. **Исследовательский** (учащиеся сами ищут ответы на вопросы)
11. **Под руководством учителя** (исходит из 8 и 9 методов)
12. **Самостоятельная работа учащихся** (исходит из 10 метода)
13. **Метод работы с учебником.**

Вторая группа методов стимулирования учебной деятельности учащихся.

Методы:

1. Дидактические игры и игровые упражнения.
2. Занимательные задания.
3. Создание ситуаций эмоционально-нравственных переживаний (момент соревнования)
4. Обращение к жизненному опыту учащихся.
5. Предъявление требований к учащимся.
6. Поощрение и порицание (могут быть словесными, письменная оценка знаний)

Третья группа методов контроля и самоконтроля.

Методы:

1. Устный
2. Письменный

Формы обучения.

- I. Урок
- II. Внеурочные занятия:
 - домашняя самостоятельная работа
 - математические экскурсии
 - индивидуальная работа с детьми
 - внеклассная работа:
 - a) кружок
 - b) утренник
 - c) вечер
 - d) уголок
 - e) конкурсы, олимпиада
 - f) часы занимательной математики

Урок — это основная форма организации учебной работы.

1. Сложность уроков математики обусловлена большим разнообразием тех задач и целей, тех вопросов и проблем, которые ставятся и решаются на каждом уроке в отдельности, и на уроках по данной теме в целом.

На построение урока влияет то обстоятельство, что он должен не только обогащать детей знаниями, умениями и навыками, но и развивать их познавательные способности, мышление, память, воображение, способность анализировать, синтезировать факты, обобщать, делать выводы и умозаключения. Через все уроки проходит забота о воспитании у детей наблюдательности и привычки внимательного изучения не только учебника, но и окружающей действительности.

На каждом уроке учитель работает над воспитанием у детей самостоятельности и творческой инициативы, прилежания и трудолюбия, чувства коллективизма.

2. Сложность уроков математики объясняется также особенностями математики как учебного предмета. Обучение математике связано с формированием у детей ряда абстрактных понятий: числа, операции над числами, формирование которых осуществляется на наглядности. Дети приобретают не только теоретические знания, но и практические умения и навыки.

3. Построение урока математики обусловлено также и особенностями НКМ. Этот курс синтетический. В нем различаются 3 основные линии:

- a) Арифметика
- b) Алгебра
- c) Геометрия

4. Построение уроков математики обусловлено спецификой самого процесса усвоения математических знаний.

Знания, умения, и навыки проходят длинный путь развития, где различают ряд этапов:

1. Первоначальные знания
2. Усвоение знаний
3. Повторение и закрепление изученного.

Типы уроков математики.

I. Комбинированный

Решается несколько дидактических целей, поэтому одинаковое время отводится как на объяснение нового материала, так и на закрепление, повторение ранее пройденного.

Структура урока.

1. Закрепление и проверка знаний ранее изученного материала
2. Изучение нового материала
3. Его закрепление
4. Домашнее задание

И Л И

1. Изучение нового материала
2. Закрепление нового на данном уроке и ранее пройденного.
3. Домашнее задание
4. Подготовка к изучению следующей темы.

II. Уроки изучения нового материала

Большая часть урока отводится на изучение нового материала: объяснение учителем, тренировочные задания, упражнения, закрепление первоначально полученных знаний.

Структура урока

1. Повторение материала, необходимого для сознательного усвоения нового.
2. Объяснение учителя
3. Тренировочные упражнения
4. Закрепление первоначально полученных знаний
5. Домашнее задание.

III. Уроки закрепления знаний, умений и навыков.

Основное место на уроке отводится тренировочным упражнениям, творческим работам, самостоятельной работе учащихся.

Структура урока.

1. Воспроизведение учащимися знаний, умений и навыков, которые потребуются для выполнения заданий (правила, законы, свойства, приемы вычислений).

2. самостоятельное выполнение учащимися самостоятельной работы, различных упражнений (возможна индивидуальная помощь учителя).

3. Проверка выполненной работы и подведение итога.

4. Домашняя работа.

IV. Контрольные и учетные уроки.

основное место отводится устной и письменной проверке усвоения изученного материала.

Проверка сочетается с закреплением знаний, умений и навыков.

Самостоятельная, письменная работа занимает от 10 до 30 минут, с последующей проверкой на закрепление ранее изученного материала.

Если объем самостоятельной работы 30 минут (контрольная), то за оставшееся время учащиеся самостоятельно проверяют ее, и сдают на индивидуальную проверку учителю, который оценивает работу и на следующем уроке дает анализ выполненных работ, а также проводит работу над допущенными ошибками, выполняя задания с объяснением.

$$13 * 4 = (10+3) * 4 = 10 * 4 + 3 * 4 = 40 + 12 = 54$$

Проведение самостоятельных и контрольных работ.

Учитель знакомит учащихся с полным объемом предлагаемой работы (запись дана на доске, или взяты задания из учебника, дидактического материала и на карточках). На доске указаны страницы и номера заданий. Учитель читает задание, говорит о требованиях к его выполнению, отвечает на вопросы учащихся. Эта работа проходит после каждого задания. Далее учащиеся приступают к самостоятельной работе.

Самостоятельная работа.

На уроке можно проводить более чем одну с/р от 5 до 15 минут с обязательной последующей проверкой. Продумать разнообразные виды проверки:

1. Один из учеников (два) выполняют работу на индивидуальной доске (не доступной для учащихся).

Учащиеся проверяют запись на индивидуальной доске, исправляют ошибки.

Работу учащегося оценить.

2. Все учащиеся выполняли работу в тетрадях, затем по вызову учителя читает ответы, если надо, дает рассуждение, объяснение. Оценка обязательна. В данном случае жалость не нужна.

3. Взаимопроверка (учащиеся обмениваются тетрадями, карандашом исправляют ошибки, оценивают работу товарища)

4. Фронтальная проверка.

По одному примеру и ответу называет один ученик, (работа проходит по цепочке). Оценки НЕТ, но можно перед проверкой взять 2-3 тетради и индивидуально оценить работу.

Использовать светофорчики.

Перед проверкой работ организовать внимание учащихся, требовать четкого, ясного объяснения от учащегося, подключить к анализу ответа весь класс. Учитель просматривает выполнение самостоятельной работы детьми и оказывает индивидуальную помощь.

Оценка знаний учащихся должна соответствовать требованиям к выполнению заданий, что изложено в методическом письме и нормы оценки знаний, умений, навыков учащихся в начальных классах.

После проверки самостоятельной работы обращается внимание на допущенные ошибки, которые необходимо ликвидировать тут же на уроке, выполнив это задание с объяснением. Если самостоятельная работа была в конце урока, и нет времени на исправление ошибок или учитель собрал тетради для индивидуальной проверки, то работа над ошибками проходит на следующем уроке или индивидуально учащимися дома с последующей проверкой в классе.

Самостоятельные работы являются подготовкой учащихся к написанию итоговых контрольных работ, где учитель проверяет качество знаний, умений и навыков учащихся. Поэтому учитель не оказывает индивидуальную помощь учащимся. Объем контрольных работ:

в 1 классе – 15-20 минут,

во 2 классе - 25-30 минут,

в 3 – 4 классах - 30-35 минут.

Оставшееся время уходит на подготовку к написанию работы и самостоятельной ее проверки.

Контрольные работы выполняются в специально отведенных тетрадях, где учащиеся проводят и работу над ошибками. Учитель привлекает к помощи сильных учеников (тех, кто правильно выполнил работу). Оценка всем учащимся обязательна, выставляется в журнал и в дневник.

ВНЕУРОЧНЫЕ ЗАНЯТИЯ.

1. Домашняя самостоятельная работа

Является продолжением урока, поэтому учитель, планируя конкретный урок, часть заданий (2-3) оставляет учащимся для работы дома.

Цель:

а) Закрепление знаний и практических умений

б) Систематизация и обобщение приобретенных знаний и умений

в) Подготовка учащихся к работе, которая будет проводиться на предстоящем уроке (сбор числового материала, изготовление наглядных пособий)

Домашние задания могут быть общие, индивидуальные и групповые. Объем домашних заданий по каждому предмету в сочетании со всеми другими при выполнении детьми не должна превышать:

в 1 классе-1-го часа

во 2 классе- 1,5 часов

в 3-4 классах- 2 часов

В первом классе в 1 полугодие выполняется д/з только по чтению, в субботу д/з нет.

Задания в домашнюю работу включает аналогично классным или по ранее пройденному материалу. Проверка выполнения домашних заданий осуществляется разными путями (см. в этапах урока). Учитель записывает страницу и номер заданий на доске, а учащиеся - в дневниках. Д/з помогает организовать свободное время дома, воспитывает трудолюбие, организованность, дисциплинированность, аккуратность, умение самостоятельно овладевать знаниями.

2. Математические экскурсии.

Цель: накопление непосредственных восприятий и наблюдений учащимися объектов и явлений, связанных с изучением материала по математике.

Например: Экскурсия на городскую улицу, во время которой учащиеся знакомятся с различными видами движения перед решением задач на движение.

Экскурсия в магазин (в школьный буфет). При изучении связей между величинами: цена, количество, стоимость, масса одного предмета, количество предметов, общая масса.

Экскурсия на местности. Площадь геометрических фигур, где учащиеся закрепляют измерительные навыки.

3. Индивидуальная работа с детьми.

Цель: ликвидация пробелов в знаниях учащихся. Занятия проходят после уроков, можно отвести определенный день.

Приглашаются учащиеся, которым трудно дается данный предмет или дети, пропустившие определенные уроки. Оценки не надо ставить, но нужно и необходимо поощрение. Для сильных учащихся можно проводить какой-либо

с целью расширения, углубления их знаний, организовать в классе взаимопомощь.

4. Внеклассная работа.

Внеклассная работа по математике является составной частью всего учебного процесса, естественным продолжением работы на уроке.

Основные задачи внеклассной работы следующие:

- углублять знания и практические навыки;
- развивать логическое мышление, смекалку, математическую зоркость;
- выявлять наиболее одаренных и способных детей, способствовать их дальнейшему развитию, вырабатывать интерес к математике;
- вовлекать детей в занимательные занятия, а этим укреплять дисциплину, воспитывать настойчивость, любовь к труду, организованность и коллективизм.

Внеклассная работа строится на принципе добровольности. Здесь учащимся не выставляют оценок, но обоснованность суждений, смекалка, быстрота вычислений, использование рациональных способов решения должна поощряться.

Для внеклассной работы учитель подбирает доступный материал повышенной трудности или материал, дополняющий изучение основного курса математики, но с учетом преимущественности с классной работой. В отличие от урока внеклассная работа носит характер математических развлечений, игр, соревнований.

Здесь широко используются упражнения в занимательной форме (она должна способствовать пониманию математической сущности вопроса, уточнению и углублению знаний по математике).

Учитель должен тщательно продумать организацию внеклассной работы с тем, чтобы она обеспечивала активность, индивидуальность и самостоятельность учащихся.

Внеклассные занятия или час занимательной математики.

Проводится для всего класса. Продолжительность занятия различна: от 30 до 45 минут в зависимости от возраста учащихся. Такое занятие может быть два раза в месяц. По содержанию оно должно быть связано с работой на уроке, но здесь решаются задачи повышенной трудности, задачи-смекалки, задачи-шутки, занимательные задачи с геометрическим содержанием, логические задачи, примеры, уравнения, для решения которых используются интересные приемы. Предполагаются задания на заполнение логических квадратов, отгадывание задуманных чисел, разгадывание ребусов, шарад, загадок и др. Работу с этим материалом можно организовать в форме подвижных и тихих игр. Желательно использовать красочные плакаты, рисунки, вводить сказочных героев, чтобы создать эмоциональный настрой детей. На занятии целесообразно сочетать коллективную и индивидуальную работу детей. Рекомендуется вести учет выполнения заданий учащимися путем подсчета очков, при этом следует учитывать не только правильность выполнения, но и умение его обосновать. Это даст возможность выявить победителей и отметить их.

Математический уголок.

Ведению внеклассной работы по математике помогает наличие в классе уголка математики. Он создается учащимися под руководством учителя. В нем могут быть выставки тетрадей по математике, альбомы вырезок из газет с цифровыми данными для составления задач, справочник цен, скоростей, норм посевов, выработок, сборники самостоятельно составленных задач, математические газеты. Здесь же помещается красочно оформленная таблица с заданиями для решения задач, примеров и различных упражнений. Это дает возможность учащимся в промежутках между внеклассными занятиями получать новые задания и выполнять их. Название должно быть привлекательным, например: "Смекай, решай, отгадывай!" или "Юный математик".

В таблице имеется список учащихся, задание на неделю (или другое число дней) и конверт или коробка для ответов учащихся. По истечению срока учитель проверяет решения учащихся, оценивает работу очками и результаты заносит в таблицу. Ошибки анализируются или на внеклассных занятиях, или после уроков.

Математический вечер.

Математический вечер (или математический утренник) организуется для учащихся 2-3-х параллельных классов в виде соревнующихся команд.

В период подготовки математического вечера силами кружковцев выпускается очередной номер газеты, выбирается жюри из числа учащихся старших классов, предлагается соревнующимся командам подготовить интересные вопросы друг другу.

Математический кружок.

Для более углубленной работы с детьми, проявляющими особый интерес к математике, начиная со 2-3 класса, организуют математические кружки. Занятия кружка должны проводиться систематически (2-3 раза в месяц) с постоянным составом учащихся по определенному плану. Обычно кружок организуется для учащихся параллельных классов одной школы или нескольких школ (так называемый клуб юных математиков). На занятиях кружка детей знакомят с новыми приемами вычислений, способами решения задач повышенной трудности, с некоторыми вопросами из истории математики и др. Широко используются занимательные упражнения. Члены кружка привлекаются к оформлению математического уголка, выпуску газеты, а также к подготовке математических вечеров.

Методика проведения кружка должна быть такой, чтобы учащиеся не только с интересом работали на самом занятии, но и активно готовились к нему.

Конкурсы, олимпиады.

Для выявления лучшего математика класса проводятся математические конкурсы. Тема конкурса и время его проведения намечаются заранее (например: решение задач, устные и письменные вычисления, геометрические задания и др.).

Учитель проводит соответствующую работу по разъяснению целей и задач конкурса, с тем, чтобы дети смогли подготовиться к этому соревнованию. Задания выполняются письменно и оцениваются очками.

Олимпиады имеют те же цели, что и конкурсы, но они позволяют из параллельных классов школы выбрать наиболее способных учащихся, проявляющих особый интерес к математике. Победителей олимпиад обычно направляют на городские или районные, а иногда и областные олимпиады.

Проведению олимпиад предшествует решение задач, выполнение различных упражнений всем классом и проведение тематических конкурсов. Самостоятельное выполнение таких заданий поможет выявить устойчивость знаний и способность быстро ориентироваться в материале. Несколько таких занятий, а также занятия кружка помогут выявить тех учащихся, которых можно допустить к участию в олимпиаде. Олимпиады обычно проводятся в 3 тура. Степень трудности от одного тура к другому повышается. 1 и 2 туры можно провести заочно,

3 – очно. Городские (районные) и областные олимпиады иногда проводятся через детские газеты.

Правильная организация внеклассной работы по математике в значительной степени будет способствовать всестороннему развитию умственных сил учащихся: их наблюдательности, любознательности, интересу к математике.

Проверка и оценка знаний, умений и навыков учащихся.

Проверка делится на 3 вида:

1. Предварительная
2. Текущая
3. Итоговая

I. Предварительная

Проходит в начале учебного года, четверти, перед изучением новой темы.

Цель: выяснить, готовы ли учащиеся к изучению нового материала. Работу можно проводить в виде устного и письменного фронтального опроса, включая задания, необходимые учащимся для восприятия нового материала.

Оценка не обязательна, только с целью поощрения.

II. Текущая

Организуют по ходу учебного процесса.

Цель: проверить, как идет усвоение изучаемого материала. Индивидуальный и фронтальный, устный и письменный ежедневный опрос учащихся. Оценка обязательна.

При этом учитель проверяет и свою работу: насколько правильны и эффективны методические приемы, которые он использовал при обучении, насколько он успешно работает.

III. Итоговая

Проводится в конце изучения темы, года, четверти, раздела.

Цель: проверить качество приобретенных учащимися знаний, умений и навыков. Проходят контрольные работы. Оценка обязательна.

Опрос учащихся.

I. Устный

Учитель проверяет, насколько учащиеся овладели учебным материалом, и, кроме того, может вовлечь в активную работу всех учащихся. Этот опрос позволяет обстоятельно выяснить знания учащихся, т.к. предлагаются вопросы, требующие объяснения: "Объясни, как бы ты решил эту задачу, уравнение, пример?" Однако устный опрос требует много времени, что ограничивает возможность проверить знания большого количества учащихся.

II. Письменный

Охват всех учащихся, т.к. даются самостоятельные и контрольные письменные работы. Учитель может проверить знания, умения и навыки учащегося по всем основным вопросам, изученным за определенное время. Если контрольная работа большая по объему (в конце четверти или года), то ее можно провести в 2 дня:

1 –ый день – 2 задачи + задача геометрического содержания.

2 – ой день – решение примеров и уравнений.

За каждую работу выставляется оценка. После 2-х дней контрольных работ учитель дает анализ выполненных работ и проводит работу над ошибками (см. записи ранее).

Устный и письменный опрос учащихся по их охвату может быть индивидуальным и фронтальным.

Если учитель планирует для опроса отдельных учащихся, то оценка сообщается им сразу после ответа (комментируются учителем).

Если опрос идет фронтальный, то в конце урока учитель выделяет наиболее активных учащихся и за верные их ответы выставляет им оценку.

Для правильной оценки знаний, умений и навыков учащихся существует методическое письмо "нормы оценки знаний, умений и навыков учащихся по математике в начальной школе".

1 этап урока – Организационный момент

За 1-2 мин. до звонка построить учащихся возле класса (чтобы они успокоились), и спокойно ввести в класс, построив около своих парт. Подраивать их, организовать внимание учащихся, посадить их (по рядам, мальчики и девочки – итог подвести, и т.д.), т.е. применить методы соревнования. Проверить правила посадки учащихся (только после наступления тишины – представиться).

Приветствие. Проверка готовности учащихся к уроку.

1-й класс – повторять и показывать, какую доставать тетрадь, учебник, ручка, линейка на каждом уроке конкретно.

2- 3 класс – называть то, что нужно конкретно на уроке (если что - то дополнительно, а остальное они уже знают).

2 этап урока – Проверка домашнего задания.

На проверку уходит 3-5 минут

Виды проверки:

- 1) Выборочная – не всё проверяется, а те задания, которые могли вызвать затруднения у учащихся при выполнении работы: можно заслушать рассуждение при их выполнении оценить ответ учащегося. Оставшиеся задания учитель проверяет при сборке тетрадей (проверка ежедневная).
- 2) Индивидуальная - один из учеников читает ответы в задании, остальные учащиеся "сигналами светофора" реагируют на ответ товарища. Оценивать не надо, т.к. он дает только ответы, а рассуждений

нет, но, если учитель предлагает какому–либо заданию дать объяснение, рассуждение, то ответ можно оценить, - подключить учащихся (объяснять или наиболее трудное задание или то, что связано с сегодняшним уроком).



организация внимания учащихся, они объясняют, почему та или иная оценка.

3) Фронтальная – на каждое задание по одному ученику дается ответ, работа идет по цепочке. Оценок нет.

4) Самопроверка –

а) намеченный учителем для опроса ученик на перемене на доске, пользуясь своей тетрадью, записывает выполненную домашнюю работу, учащиеся сверяют со своей работой, находят и исправляют ошибки (рассуждения дает ученик у

доски), данный ученик объясняет решение, и класс оценивает его работу (если он не может объяснить, то подключен класс).

б) учитель заранее проверяет работу сильного ученика и предлагает ему на перемене безошибочно записать на доске. На уроке учащиеся проверяют свою работу, исправляют ошибки. Оценки не будет, т.к. нет никаких объяснений.

5) Взаимопроверка – т.е. каждый ученик выступает в роли учителя. Учащиеся обмениваются тетрадями и карандашом исправляют ошибки своего товарища, и ставят оценки.

Поощрение и порицание.

Если поощряем слабого, то ставим ему оценку, и хвалим его на следующем уроке.

Этот способ поможет выявить, как ученик выполнял эту работу, сам или нет.

6) Выполнение работы, аналогично домашней.

Это дается в виде самостоятельной работы, с последующей проверкой и оценкой.

В зависимости от творчества учителя можно предложить и другие виды проверки.

3 этап – Специальные устные упражнения, т.е. Устный счет.

Время 7 – 10 минут.

Проходит в быстром темпе. 10 – 12 заданий. Учитель читает задание только один раз, и на одно задание, спрашивает 2 – 3 –х учеников, делая вывод о правильности ответа (назвать его).

Задания можно предлагать как в устной форме, так и в письменной (оформление на доске), а так же в их сочетании.

Можно включать задачи, примеры, уравнения, равенства и неравенства, геометрический материал, величины (меры, длины, массы и т.д.), дроби, а также занимательный материал, задачи-шутки, задания – стихотворения, дидактические игры и игровые упражнения.

Продумать оформление заданий по устному счету.

Устный счет проходит в виде фронтального опроса учащихся. Можно использовать сигналы-светофоры, цифровые карточки, в конце работы учитель дает оценку отдельным учащимся (за активную и правильную работу) и всего класса.

Цель: формирование быстрых и правильных устных вычислительных навыков.

Для контроля знаний учащихся полезно один раз в неделю проводить контрольный устный счет в виде математического диктанта, включая 10 – 12 заданий на 10 минут. Учащиеся записывают только ответы в строчку через клеточку (18 39 54 ...). Работа выполняется в специально отведенной тетради (½ тетради), на листочках и т.д.

Назначается определенный день для проведения работы. Включаются задания, отработанные в течение недели. Оценка работ учащихся обязательна. В устном счете можно использовать карточки, перфокарты для индивидуального опроса учащихся, куда входят задания, аналогичные тем, что и для всего класса.

Оценка обязательна.

4 этап – Подготовка учащихся к восприятию нового материала.

Время 5-7 минут.

Включаются задания по материалу, необходимому для усвоения нового материала (например: правила, законы, приемы вычислений и т.д.). Задания выполняются с объяснением учащихся под руководством учителя.

Например, для объяснения темы "Умножение двузначного числа на однозначное" учащиеся выполняют:

а) разрядный состав двузначных чисел

Задание: сколько десятков и единиц в числах 18, 39,54

/ \

дес. ед.

замена числа суммой разрядных слагаемых

$$18=10+8$$

б) свойство умножения суммы на число

$$(10 + 8) \cdot 3 = 10 \cdot 3 + 8 \cdot 3 = 30 + 24 = 54$$

Выполнив эти задания, учитель делает вывод:

ЭТИ ЗНАНИЯ НЕОБХОДИМЫ НАМ ДЛЯ УСВОЕНИЯ НОВОЙ ТЕМЫ, С КОТОРОЙ Я ПОЗНАКОМЛЮ ВАС СЕГОДНЯ.

5 этап – Сообщение темы урока и постановка цели перед учащимися.

Время 1 минута.

тема: "Умножение двузначного числа на однозначное".

цель: это необходимо уметь выполнять для быстроты устных вычислений.

В 1-м классе тему называет учитель устно.

Во 2-3 классах тему учитель записывает на доске.

6 этап – Объяснение учителем нового материала.

Время от 5 до 15 минут.

Объяснение должно быть методически верным, грамотным, четким, ясным, лаконичным, доступным для учащихся данного возраста.

Перед объяснением собрать внимание учащихся: маленькая физ. пауза.

$$18 \cdot 3 = (10 + 8) \cdot 3 = 10 \cdot 3 + 8 \cdot 3 = 30 + 24 = 54 \text{ (решение с объяснением)}$$

$$18 \cdot 3 = 10 \cdot 3 + 8 \cdot 3 = 30 + 24 = 54$$

/ \

10 8

$$\underline{18} \cdot 3 = 30 + 24 = 54$$

$$\underline{18} \cdot 3 = 54$$

Вывод: Чтобы двузначное число умножить на однозначное, нужно десятки умножить на число, единицы умножить на число, а затем полученные результаты сложить.

7 этап – Тренировочные упражнения по новой теме.

Время от 10 до 20 минут

Включаются задания только по новой теме, с объяснением учащихся под руководством учителя. Один учащийся работает у доски, остальные в тетрадях. Решения комментируются учеником. Оценки нет.

Цель: научить учащихся рассуждать при выполнении заданий.

8 этап – Закрепление первоначально полученных знаний.

Время 5 – 10 минут.

Проводится самостоятельная работа, включая задания только по новой теме.

Например, задание решить с объяснением (длинная строка).

Помощь учителя отдельным учащимся. Проверка работы обязательна, а оценка выборочна. Опрос только сильных учащихся, что даст возможность слабым ещё раз прослушать объяснение.

9 этап – Закрепление (или обобщение, или повторение, или проверка) ранее пройденного материала.

Время от 5 до ... (в зависимости от темы урока).

Проводить в форме самостоятельной работы, в форме фронтального и индивидуального опроса (устно и письменно). Творчество учителя, используя дополнительный материал к учебнику, занимательный материал и т.д. Оценка работы обязательна.

10 этап – Проведение итога урока.

Проводим за пять минут до конца урока.

Выясняем: "С какой новой темой познакомились?"

"Что нового узнали? Какие виды заданий выполняли?"

Не задавать вопроса – "ЧЕМ ЗАНИМАЛИСЬ НА УРОКЕ?"

Дать характеристику работы всего класса и отдельных учащихся.

11 этап – Домашнее задание.

Время 3 – 5 минут.

Учитель записывает на доске точно также, как учащиеся в дневнике.

Образец: стр. 37, № 55 (3,4 ст.), № 59.

Учащиеся в учебнике их находят, читают задания, учитель отвечает на вопросы и говорит о требованиях к их выполнению.

КОНСПЕКТ УРОКА (I КЛАСС).

	<p><u>Тема:</u> "Знакомство с задачей".</p> <p><u>Цель:</u> "Ввести понятие "задача", её основные части".</p> <p><u>Задачи урока:</u></p> <ol style="list-style-type: none">1) Познакомить детей с составлением простых задач.2) Научить детей делить задачу на её составные части: условие, вопрос, решение, ответ.3) Проверить знания учащихся по +2, - 2.4) Развитие мышления, памяти, речи.5) Воспитание чувства коллективизма в работе. <p style="text-align: center;">Этапы урока.</p>									
I. Орг. момент (подготовка)	<p>Знакомство с учителем. Проверить правила посадки, готовность к уроку математики. Собрать внимание детей.</p> <p>Дети слушают музыку. Учитель загадывает загадку, читает стихотворение. Дети отгадывают загадки, учитель прикрепляет к доске зверюшек (отгадки), и снежинки.</p>									
II. Устный счет (обобщение пройденного)	<p>Рассматривание снежинок: 2 больших, остальные маленькие.</p> <p>Ребенок выбирает понравившуюся снежинку, снимает её с доски. На обратной стороне – цифра.</p> <p>Например, - 2.</p> <p>Рядом на доске изображен круг из цифр:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td>9</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td></td><td>*</td><td></td></tr></table> <p>Снежинка прикрепляется в середину и идет устный счет, дети показывают карты с правильными ответами. Учитель также называет ответ (правильный) на карточке.</p>		2		9		4		*	
	2									
9		4								
	*									

	<p style="text-align: center;">8 3 7 5</p> <p>Затем тоже с числом +2. (Снежинка в круге меняется). Работы со всем классом, и индивидуально.</p>
III. Подготовка к восприятию.	<p>Затем вызывает ребенка к маленьким снежинкам (3 – 4 снежинки). Например, число 6 (на обратной стороне).</p> <ul style="list-style-type: none"> - Какое число надо прибавить к 2, чтобы получилось 6. - + к 2, чтобы = 8. - + к 2, чтобы = 9.
IV. Физкульт. минутка.	Учитель читает стихотворение со счетом и также выполнение упражнений под наглядный счет (2,1 пингвин на доске).
V. Сообщение темы, постановка цели.	<ul style="list-style-type: none"> - На ладошку упало 8 снежинок, несколько растаяло, сколько осталось? Можем ответить? - Нет. Надо решить (составить) задачу. Мы будем сейчас этому учиться. <p>Дети учатся составлять задачу. Задача обыгрывается в игровой форме.</p>
VI. Объяснение нового материала.	<p>Условие – это фундамент дома. Дети составляют условие сами из уже данных цифр учителем. Узнается вопрос задачи (учитель всё отмечает на доске). $3 + 1$ – это решение задачи. 4 - Сколько всего? – Это ответ (крыша дома).</p> <p style="margin-left: 40px;">ответ 4 решение $3 + 1$ вопрос ? условие 3 1</p> <p>Дети читают хором все, что есть на доске. Учитель уточняет: Будем решать на уроке задачи. Показывает домик, который построили "звери".</p> <p style="text-align: center;">Физминутка Физминутка на счет.</p>
VII. Тренировочные упражнения. 1	<p>Работа с учебником. Открыли страницу 60, № 1 (учебник – 1 класс).</p> <ul style="list-style-type: none"> - Перед вами задача. <p>Учитель читает вслух задачу, затем просит прочитать 2 – 3 ребят. Затем учебник откладывают и работают на счетном материале индивидуально и на доске.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Кто назовет условие задачи? <p>У Кати 2 шарика, у Вити – 3 шарика.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Вопрос задачи? <p>Сколько всего шариков?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Как решить эту задачу? <p>Чтобы узнать, сколько всего, какое действие надо сделать?</p> <p style="text-align: center;">$2 + 3 ? 5$</p>
2	<p>Полный ответ: 5 шариков у детей. Знак "?" убирается, ставится "=".</p> <p>Читают вслух условие, вопрос, решение и ответ задачи по доске. Учитель помогает детям при помощи указки.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Теперь уберите цифры на место в папку и отложите учебник на край стола. <p>На доску прикрепляет 2 нарисованные льдины с пингвинами.</p> <p style="text-align: center;">✓ ✓✓</p>

	<p style="text-align: center;">✓✓✓✓✓</p> <p style="text-align: center;">✓</p> <p>- Что вы видите на доске? - Где находится пингвины? - На 1 – й льдине – 3 пингвина, на 2 – й – 6 пингинов.</p> <p>- Сколько всего пингинов на 2-х льдинах? (с помощью указки учитель показывает на доске условие и вопрос задачи). Затем 2-3 ребенка читают это вслух. Учитель повторяет, как правильно. Дети говорят условие, вопрос, решение, ответ по очереди (2-3 человека), а учитель и остальные ученики отмечают на карточках.</p> <p style="text-align: center;">6 + 3 = 9 ↓ было на 2-х льдинах</p> <p>Ответ читает один ученик. Затем все хором читают условие, вопрос, решение, ответ. – Все убирает. Итак, теперь на каждом уроке вы будете решать задачи.</p>
VIII. Закрепление (задачи в стихах).	Устный счет: учитель читает стихотворение с математическими цифрами, а дети считают в уме и говорят ответ.
IX. Подведение итогов.	Итак, из каких же частей состоит задача? (дети перечисляют – 2-3 ребенка). Затем все хором, учитель показывает на доске. Молодцы.

ТЕМА 6: ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В МАЛОКОМПЛЕКТНОЙ ШКОЛЕ

План:

1. Особенности организации обучения математике в малокомплектной школе.
- 2 Урок математики, его место в расписании и сочетание с другими уроками
3. Особенности руководство самостоятельной работой учащихся на уроках математики в малокомплектной школе.

Вопросы для самоконтроля.

1. В чем заключаются особенности организации обучения математики в малокомплектной сельской школе?
2. Составьте схему проведения урока математики в малокомплектной школе.
3. Каковы особенности организации самостоятельной работы?
4. Составьте варианты карточек для проведения урока математики для 1 и 2 класса, для 3 -4 класса малокомплектной школы.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6),(7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

– Малокомплектная школа --- это школа, в которой учитель работает одновременно с несколькими классами.

– Школа, в которой один учитель работает одновременно со всеми классами называется одноклассной .

– Школа, в которой два учителя работают двухклассной.

В стране в сельских местностях имеются небольшие и отдаленные населенные пункты , при которых открываются малокомплектные школы, при наличии числа детей 7-летнего возраста значительно меньше нормы, установленной для одного класса.

В малокомплектной школе (МШ) учитель ведет занятия одновременно с двумя, тремя или четырьмя классами.. В течение урока работа с учителем и самостоятельная работа детей чередуются несколько раз: в то время, когда учащиеся одного класса работают под непосредственным руководством учителя, учащиеся других классов работают самостоятельно.

Большое значение для эффективной работы с несколькими классами имеет правильно составленное расписание учебных занятий. Как показывает опыт работы, лучше составить расписание так, чтобы одновременно во всех классах шли уроки **математики**. В этом случае учителю легче переключать свое внимание при переходе от одного класса к другому. Кроме того, создается условия для организации общей работы детей всех классов.

Уроки **математики**, как и другие уроки, расчленяются на несколько организационных этапов, каждый из которых должен быть логически завершенной частью. Особенно важно правильно организовать начало урока так, чтобы все классы сразу включились в продуктивную работу.

Хорошее знание материала, точные вопросы учащимся, тщательный отбор упражнений и наглядных пособий – все это помогает учителю проводить занятия с детьми.

Большое значение имеет организация самостоятельной работы наряду с учебниками. Для самостоятельной работы наряду с учебником следует систематически использовать тетради с печатной основой, индивидуальные карточки с заданиями. В этом случае можно дифференцировать задания с учетом возможностей каждого ученика, чем обеспечивается более высокая степень самостоятельной работы.

Надо стремиться к тому, чтобы дети приучались к различным приемам самоконтроля. С этой целью, предлагая задания для самостоятельной работы, следует постоянно выяснять, как проверить правильность выполнения заданий, и чаще предлагать выполнять задания с проверкой.

Учитель малокомплектных школ должен иметь богатый опыт организации внеклассной работы по **математике**. Проводить занимательные часы, математические утренники, кружковую работу по **математике**, олимпиады, КВН и т.д.

Тема 4.3. Теоретико-множественный подход к построению множества целых неотрицательных чисел.

Понятие отрезка натурального ряда чисел, конечного множества. Счёт. Теоретико-множественный смысл натурального числа и нуля. Позиционные и непозиционные системы счисления. Понятие о десятичной системе счисления. Понятие соответствия. Способы задания соответствий. Взаимно однозначные соответствия. Методика обучения в подготовительный (до-

числовой) период. Методика изучения нумерации чисел первого десятка. Методика изучения нумерации чисел 11-20. Методика изучения нумерации чисел 21-100. Методика изучения нумерации чисел в концентре «Тысяча». Методика изучения нумерации многозначных чисел. Теоретико-множественный смысл суммы двух целых неотрицательных чисел. Теоретико-множественный смысл разности двух целых неотрицательных чисел. Формирование вычислительных навыков сложения и вычитания в концентре «Десяток». Формирование вычислительных навыков сложения и вычитания в концентре «Сотня». Формирование вычислительных навыков сложения и вычитания в концентре «Тысяча». Формирование вычислительных навыков сложения и вычитания многозначных чисел. Теоретико-множественный смысл произведения целых неотрицательных чисел. Теоретико-множественный смысл частного. Конкретный смысл умножения и деления. Методика изучения табличного умножения и деления. Случаи умножения и деления с числами 0, 1 и 10. Методика изучения внетабличного умножения и деления. Обучение письменным приёмам умножения многозначных чисел. Обучение письменным приёмам деления многозначных чисел.

ТЕМА 7. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НУМЕРАЦИИ ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

План:

1. Подготовительная работа.
2. Значение изучения нумерации чисел, их связь с вопросами алгебры, геометрии, измерениями величин, решении задач.
3. Основные цели и задачи изучения нумерации целых неотрицательных чисел .
4. Особенности изучения нумерации целых неотрицательных чисел по концентрирам.
5. Методика изучения нумерации чисел в пределах 10.
6. Методика изучения нумерации чисел в пределах 20.
7. Методика изучения нумерации чисел в пределах 100.
8. Методика изучения нумерации чисел в пределах 1000
9. Методика изучения нумерации многозначных чисел.

Вопросы для самоконтроля.

1. Роль изучения нумерации чисел.
2. Трудности изучения нумерации чисел.
3. Наглядные пособия, используемые при изучении нумерации чисел.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6),(7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

– Концентр чисел - группа чисел, изучающихся отдельно по общим принципам, методам программным требованиям.

– Нумерация чисел - образование числа, обозначение, счёт, предметное соотношение, место числа в числовом ряду, сравнение чисел, состав числа.

Обучение **математике** в начальных классах начинается с подготовительных занятий. Необходимость их диктуется чрезвычайной неоднородностью состава учащихся 1 класса, как по своим психофизическим данным, так и по подготовленности к обучению.

Задачами подготовительного периода являются, во первых, выявление имеющихся у детей знаний, во-вторых, подготовка к изучению систематического курса математики, в третьих, усвоение правил поведения в коллективе (слушать, правильно понимать и выполнять требования

учителя, правильно сидеть за партой, вставать, выходить из-за партой, повторять задание учителя, задавать вопросы, отвечать на вопросы учителя и т.д.), что создает возможность работы с классом в школе.

В зависимости от подготовленности учащихся пропедевтический период может длиться от 1 до 2 месяцев. Всю первую четверть, наряду с обучением понятиям пространственных представлений, необходимо привить учащимся понятия признаков предметов, характеризующих их размер (большой - маленький, больше - меньше, равные по величине, длинный - короткий, длиннее - короче, равные по длине, высокий - низкий, выше - ниже, равные по высоте, широкий - узкий, шире - уже, равные по ширине и т. д.).

Учитель также выявляет, умеют ли ученики считать и в каких пределах. При этом он обращает внимание на то, соотносят ли ученики названия числительных с показом соответствующего количества конкретных предметов,

Необходимо проверить каким образом ученики сравнивают междусобой группы предметов. Проверяется, знают ли ученики цифры, могут ли назвать предъявляемые цифры по порядку и в разброс, могут ли соотнести цифру и число. Необходимо проверить знание геометрических фигур (круг, квадрат, треугольник, прямоугольник).

Перечень тем, по которым целесообразно выявить знания учащихся может быть следующим:

1. Представления о размерах и тяжести предметов. Большой - маленький, равные. Длинный - короткий, равные. Высокий - низкий, равные. Широкий - узкий, равные. Глубокий - мелкий, равные. Тяжелые - легкие .

2. Пространственные и количественные представления. Далеко - близко, вверху - внизу, впереди - сзади, слева - справа, между - около.

3. Знание счета (без использования элементов множеств). Считай от 1 и дальше. Считай от 5 (10) в обратном порядке. Считай от 3 и дальше. Считай от 3 до 8.

4. Счет элементов конкретных множеств. Посчитай сколько здесь кружков. Посчитай сколько нарисовано ёлочек. Сколько палочек?

5. Знание цифр. Покажи и назови цифры, которые ты знаешь. Назови цифры, которые я покажу (1,3,7,2,5,6,9,4,8).

6. Сравнение элементов множеств и чисел. Где больше? Сколько палочек? (3), Отсчитай столько же (2 и 5). Отсчитай себе больше на 2. Отсчитай на 2 меньше.

7. Соотношение цифр и элементов множеств. Сколько здесь звездочек? Посчитай и запиши цифру. Какое это число? Нарисуй столько же кружков.

8. Знание геометрических фигур и тел.

Числа первого десятка и действия с ними изучаются в течении первого года обучения. Учащиеся знакомятся с каждым числом первого десятка в отдельности. Изучается образование каждого числа, обозначения его цифрой, счет в пределах этого числа, соотношение предметного множества, числа и цифры, определяется место числа в натуральном ряду чисел, сравниваются

числа по величине, изучается состав чисел. Сформулировать понятие числа, счета и дать некоторые первоначальные представления о свойстве натурального ряда чисел у детей - задача чрезвычайно сложная. Её решение возможно лишь при широком использовании средств наглядности, учета индивидуальных возможностей каждого ребенка, его прошлого опыта, тех общих и индивидуальных трудностей, которые возникают у учащихся при изучении чисел первого десятка. Конкретность мышления учащихся, слабость обобщения наблюдаемых явлений приводят к тому, что у школьников очень медленно формируется обобщенное понятие числа и счета. Учащиеся, пришедшие в 1 класс, как правило, знают названия количественных числительных в определенном порядке в разных пределах, но название числительных часто не совпадает с показом предметов: название числительных отстает или опережает показ предметов. Например, называют шесть, а показывают шестой предмет или третий.

Учитель школы должен постоянно помнить, что только демонстрация наглядных пособий не может обеспечить сознательного усвоения математических знаний. Необходимо использование материала в предметно - практической деятельности.

Изучения каждого числа первого десятка происходит в следующей последовательности: дается понятие о числе и цифре. Цель этого урока - познакомить учащихся с образованием числа, названием его, обозначением цифрой, научить писать цифру, показать место числа в числовом ряду, познакомить с соотношениями количества элементов предметного множества, числа и цифры, рассмотреть количественные и порядковые отношения уже известного учащимся отрезка натурального ряда. Далее учащиеся закрепляют место данного числа в числовом ряду, получают понятие о втором способе образования предшествующего числа (путем отсчитывания одной единицы от данного числа), отрабатывают счет в прямом и обратном порядке.

Изучение нумерации в пределах 20, т.е. второго концентрира, происходит во 1 классе. Задачи второго концентрира можно сформулировать так: расширить понятие о числе; дать понятие о десятке как новой счетной единице; научить считать до 20, пересчитывая и отсчитывая по единице, по десятке и равными числовыми группами (по 2, по 5, по 4); познакомить с десятичным составом числа; сформировать представление об однозначных и двузначных числах; научить обучать числа от 11 до 20 цифрами; дать понятие о принципе поместного значения цифр. Изучению нумерации чисел в пределах 20 следует уделять большое внимание. Необходимо довести до сознания каждого ребенка конкретный смысл каждого числа, его место в натуральном ряду чисел, десятичный состав, особенности письменного обозначения каждого числа и всех чисел второго десятка, поместное значение цифр в числе. Для этого требуется тщательно продуманная система изучения нумерации, постоянная опора на средства наглядности, использования слуховых, зрительных, кинестетических анализаторов, систематическая работа над этой темой в течение всего года, постоянное внимание учителя к практическому использованию знаний в повседневной жизни.

При изучении чисел второго десятка следует использовать все те пособия, которые использовались при изучении чисел первого десятка, но число предметов и их изображений долж-

но быть увеличено до 20. При подборе или изготовлении пособий надо помнить, что на них необходимо показать десятичный состав чисел второго десятка, поэтому десятки и единицы должны быть ярко выделены.

Основой в понимании нумерации чисел второго десятка является выделение десятка и ясное представление, что десяток - это десять единиц и в то же время это новая единица счета, которой можно считать так же, как единицами, добавляя к числам один, два и т.д. Названия этой счетной единицы, например один десяток, два десятка. Работа над нумерацией чисел в пределах 20 состоит из несколько этапов:

1. Получение одного десятка.
2. Получение чисел второго десятка от 11 до 19 путем присчитывания к одному десятку несколько единиц.
3. Получение числа 20 из двух десятков.
4. Письменная нумерация чисел от 11 до 20.
5. Получение чисел второго десятка путем присчитывания к предыдущему числу одной единицы и отсчитывания от последующего числа одной единицы. Счет в пределах 20.

Понятие «10 единиц - это один десяток» усваивается медленно. Поэтому практические действия на предметных пособиях помогают постепенно сортировать это понятие и должны продолжаться в течение многих уроков. Следует заметить, что не в каждом классе учащиеся могут работать одновременно с учителем с кубиками или полосками. Некоторые дети нуждаются сначала в наблюдении деятельности учителя, и только потом один из учеников повторяет то, что делал учитель, а все остальные работают со своим дидактическим материалом. На первоначальном знакомстве с устной нумерацией обычно необходимо 3-5 уроков. Учащиеся должны познакомиться с образованием чисел 11-20, научиться считать в пределах 20 по единице в прямом и обратном порядке, понимать десятичный состав чисел 11-20. В этом случае можно считать, что учащиеся готовы к знакомству с письменной нумерацией.

Незаменимым пособием при изучении письменной нумерации является абак. На абак учащиеся видят состав числа, место единиц и десятков. Следует писать единицы одним цветом, а десятки другим, в соответствующие цвета окрашивать и круги абака, обозначающие десятки и единицы.

Учащиеся должны уметь записывать числа по порядку от 1 до 20, от 11 до 20 записывать под диктовку учителя, но не по порядку. Таблицы чисел от 1 до 20 записанные в 2 ряда, позволят наглядно сопоставлять все числа первого и второго десятка, подметить сходство и различие в записи и чтении этих чисел. Цифры, обозначающие единицы могут быть записаны одним цветом, а десятки - другим. На этой же таблице удобно показать, что числа 1-9 записаны одной цифрой - одним знаком, поэтому они называются однозначными, а числа 10-20 записаны двумя цифрами, поэтому они называются двузначными. Учитель просит определить на слух и обозначить число, самое маленькое двузначное число, которое они знают.

Проводится сравнение чисел. Учащиеся должны усвоить правило: все числа, стоящие в числовом ряду слева от данного числа, меньше его, а все числа стоящие в числовом ряду справа от данного числа больше его.

Числа второго десятка сравниваются по величине: определяется, какое число больше (меньше), сколько лишних единиц в большем числе и сколько их недостает в меньшем числе. Необходимы задания, в которых бы учащиеся могли правильно расставить знаки соотношения $>$, $<$, $=$. Для закрепления знаний о месте числа в натуральном ряду чисел проводятся упражнения на нахождения пропущенных чисел и нахождения соседних чисел. На протяжении работы над вторым десятком необходимо закреплять навыки сознательного счета. Счет не только от 1, но и от любого заданного числа. Большое внимание, как и при изучении чисел первого десятка, уделяется порядковому счету.

При изучении нумерации в пределах 100 школьники должны получить следующие знания, умения и навыки:

1. Научится считать до 100 в прямом и обратном порядке единицами и десятками.
2. Уметь присчитывать и отсчитывать по 1, по 10 и равными числовыми группами (по 2, 5, 20) как отвлеченно, так и на предметных пособиях.
3. Уметь пользоваться порядковыми числительными.
4. Знать место каждого числа в натуральном ряду чисел в пределах 100, понимать свойство этого ряда: каждое число на единицу больше предшествующего и на единицу меньше последующего.
5. Понимать десятичный состав чисел. Уметь различить число на разрядные слагаемые и составить число из разрядных слагаемых.
6. Уметь сравнивать числа, т.е. определять, какое число больше или меньше другого, равно ему.
7. Уметь записывать и читать числа первой сотни, понимать поместное значение цифр в числе.

Изучение данной темы начинается с применения интерактивного метода а именно стратегии «Кластер», и «Категориальный отбор». Ученикам предлагается ключевое слово «Число». Каждый ученик пишет на своем листке бумаги любое слово предложение понятие и т.д. Связанное его словом «Число».

Обсудив это переходим к нумераций в пределах «100».

Изучение темы осуществится в два этапа: сначала изучаются числа от 11 до 20 а затем от 21 до 100.

При изучении данной темы, учащиеся должен получить следующие знания, умения и навыки:

1. Научиться считать до 100 в прямом и обратном порядке единицами и десятками;
2. Уметь пользоваться порядковыми числительными;
3. Понимать для состав чисел;

4. Уметь сравнивать число, т.е. определить какое число больше им меньше другого

5. Уметь записывать и читать числа первой сотни, понимать поместное значение цифр в числе.

6. Знать, что такое дециметр и метр

Изучение нумерации в пределах 100 для детей связано с преодолением ряда трудностей. В период изучения чисел в пределах 100 закладывается основа понимания сущности десятичной системы: из 10 простых счетных единиц образуется новая (составная) счетная единица - сотня. Вот эту закономерность учащиеся усваивают с большим трудом. Здесь требуется основательная наглядная база, постоянное сравнение чисел первого, второго десятков и чисел 21-99, например: 2 и 20, 2 и 12, 1, 10, 100 и т.д. Учащиеся испытывают затруднения в запоминании названий круглых десятков, их последовательности и особенно их счете в прямом и обратном порядке. С большим трудом они запоминают названия десятков сорок и девяносто. Нередко по аналогии с образованием предыдущих числительных они соответственно называют их: «четырнадцать», «девять - десять», а при переходе к новому десятку считают: «двадцать девять, двадцать десять, двадцать одиннадцать» и т.д. Как при изучении предыдущих чисел, учащихся больше всего затрудняет счет в обратном порядке, присчитывание и отсчитывание равными числовыми группами. При изучении письменной нумерации многие учащиеся долго не усваивают позиционное значение цифр в числе: вместо 35 записывают 53, при чтении чисел вначале произносят единицу, а потом десятки. Некоторые учащиеся, усвоив образование новых десятков, ещё долгое время испытывают затруднения в понимании образования числа 100. Овладев устной нумерацией, некоторые учащиеся не могут овладеть письменной нумерацией. Некоторые наоборот, правильно записывают числовой ряд, а при устном пересчете допускают ошибки. Причины этих трудностей заключаются в трудностях самого математического материала, психических особенностях учащихся и в имеющихся еще место недостатках организации изучения данного материала. Некоторая поспешность в отказе от использования наглядных пособий, недостаточное их разнообразие, недостаточное количество упражнений на закрепление данного материала при изучении последующих тем тоже приводят к затруднениям.

Последовательность изучения нумерации в пределах 100: повторение нумерации в пределах 10 и 20; изучения нумерации круглых десятков: изучение нумерации чисел от 21 до 99 (сначала устной, затем письменной).

При обучении нумерации в пределах 1000 учащиеся получают понятия о сотне как новой счетной единице, учатся считать сотнями, как раньше счетами единицами и десятками, знакомятся с десятичным составом чисел в пределах тысячи. Изучение нумерации в пределах 1000 вызывает не меньше трудностей, чем изучение нумерации в пределах 100. Многие учащиеся не могут представить себе реального значения 1000, т.е. количества реальных предметов, которое обозначаются числами в пределах 1000. Как при изучении сотни, затруднение вызывает счет с переходом к новой сотне, а также к новому десятку, например: «двести девяносто девять, двести девяносто десять, двести девяносто одиннадцать». Счет в обратном порядке усваивается медлен-

нее, чем по порядку. Больше затруднений, чем при изучении сотни вызывает решение задачи назвать число на единицу больше данного, место 600 учащиеся могут ответить: «пятьсот девяносто десять». Особенно трудно учащимся назвать число на единицу меньше данного.

По-прежнему, многих учащихся затрудняет понимание позиционного значения цифр в числе. Особенно много ошибок встречается при записи чисел с отсутствующими единицами того или иного разряда: вместо 805 они пишут 85, в место 850 пишут 85. Затрудняет и чтение таких чисел. Отдельные учащиеся записывают число, начиная не с высшего разряда единиц, ставя его на первое место слева. Большие затруднения испытывают учащиеся при усвоении десятичной системы счисления, т.е. при усвоении основы систем.

Приступая к изучению нумерации в пределах 1000, учитель должен тщательно продумать систему изучения нумерации, подобрать необходимые пособия, предусмотреть практические работы для учащихся, систему упражнений по закреплению нумерации при изучении последующих тем.

Последовательность изучения нумерации:

1. Счет круглыми сотнями в пределах 1000. Обозначения круглых сотен цифрами. Образование нового разряда - единиц тысяч.
2. Счет сотнями и десятками, образование чисел из сотен и десятков.
3. Счет сотнями, десятками и единицами. Образование чисел из сотен десятков и единиц.
4. Письменная нумерация в пределах 1000.
5. Закрепление последовательности натурального ряда чисел I-1000.
6. Закрепление нумерации в процессе изучения действий.

Несмотря на то, что изучаются числа в пределах 1000, необходимость в использовании наглядных пособий и даже предметных пособий не снимается. Наиболее распространенными пособиями, используемыми в школах, являются: 1000 палочек, связанных в десятки и сотни; 10 квадратов, каждый из которых разделен на 100 клеток; абак; счеты; таблицы с записью круглых сотен, таблицы с записью круглых десятков; разрядная сетка; таблица метрической системы мер; мерная веревка длиной 10 м или 1000 см.

Знакомство с устной нумерацией в пределах 1000 начинается с повторения:

1. Счета единиц до 10.
2. Замены 10 единиц одним
3. Счета десятками до 100 десятков.
4. Замены 10 десятков одной сотней.

Ученики ещё раз наблюдают образец множества, состоящего из 1000 элементов.

При знакомстве с письменной нумерацией нужно учитывать, что большие затруднения для учащихся вызывает запись чисел, в которых единицы одного или двух разрядов равны 0. Поэтому здесь важно соблюдать определенную последовательность. Сначала следует познакомить учащихся с записью полных трехзначных чисел, в которых все три разряда налицо, затем с записью чисел, в которых единицы первого или второго разряда равны нулю. Проводится упражне-

ния на чтение чисел в разрядной сетке. Учащиеся чертят разрядные сетки в тетрадах и записывают в них числа. В разрядной сетке появляется четвертый разряд единицы тысяч. Необходимо чтобы каждый ученик записал по порядку числа от единицы до 1000. Это задание учащиеся выполняют не сразу. Они записывают сначала числа первой сотни, затем второй и т.д. в клетке тех квадратов, которые заготавливали раньше при изучении устной нумерации. Эта работа может выполняться во внеурочное время как домашнее задание.

При изучении нумерации многозначных чисел можно выделить:

1. Знакомство с новыми счетными и разрядными единицами: десятком тысяч, сотней тысяч, единицей миллионов.
2. Счет до одного миллиона уже известными счетными единицами новыми: десятками тысяч и сотнями тысяч.
3. Отработка прочных навыков в расчете чисел до одного миллиона.
4. Знакомство с понятием класса единиц и класса тысяч.
5. Анализ многозначных чисел по десятичному составу, выделение у числа классов и разрядов, составление числа по данным классам разрядам.

Учащимся необходимо показать - где в практике, в жизни используются те многозначные числа, которые они изучают на уроках в школе. Нумерация многозначных чисел усваивается учащимися с большим трудом. Эти трудности связаны в первую очередь с тем, что многозначное число трудно контролировать. Наглядные пособия, которые используются при изучении данной темы: абак, счеты, таблица разрядов и классов.

Трудности, возникающие у учащихся при изучении также и темы «Нумерация многозначных чисел», неоднородны. Одни учащиеся довольно быстро усваивают нумерацию, но долго не могут постичь письменную нумерацию, для других оказывается проще усвоение письменной нумерации, а последовательность счета, десятичный анализ чисел усваивается медленнее с большим трудом.

Изучения нумерации многозначных чисел не должно ограничиваться только теми уроками, которые отводятся на первоначальное знакомство с этой темой. Упражнения на закрепление устной и письменной нумерации должны быть неотъемлемой частью почти каждого урока **математики**. Их следует включать в устный счет, арифметические диктанты. От сознательного усвоения нумерации зависит успех овладения арифметическими действиями. Целесообразно следующая последовательность изучения:

1. Повторения нумерации в пределах 10,100,1000.
2. Нумерация целых тысяч до 10 000.
3. Нумерация четырехзначных чисел: а) счет сотнями, десятками, единицами до 10 000; б) образование и запись полных и неполных четырехзначных чисел; в) анализ чисел; г) округление числа до указательного разряда.

В такой же последовательности изучается нумерация в пределах 100 000 и 1000 000.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

ДЕСЯТОК.

Изучение данного раздела делится на 3 этапа.

I этап: Подготовительный период.

Математика 1 (I-III) – стр.3-7, математика 1 (I-IV) – стр.3-14

II этап: Нумерация чисел первого десятка (знакомство с числами и цифрами).

Учебник (I-III) –1 класс, учебник (I-IV) – стр. 18-49.

III этап: Сложение и вычитание в пределах 10 (десяти).

Учебник (I-III) –1 класс стр. 28-68, учебник (I-IV) – стр. 50-111.

Подготовительный период.

Цель:

- 1) проверить, с каким запасом знаний дети поступают в 1-й класс.
- 2) подготовить детей к работе над "нумерацией чисел первого десятка"

Решение первой цели достигается в момент записи ребенка в первый класс, начиная с 1 апреля.

При записи ребенка в школу, учитель в непринужденной беседе предлагает ряд вопросов:

- 1) умеешь ли ты считать, посчитай, сколько игрушек стоит на полке (прямой и обратный счет).
- 2) узнай, каких предметов больше, каких меньше (на сколько).
- 3) каким по счету стоит...(порядковый счет).
- 4) знаешь ли ты названия геометрических фигур (О, □, Δ);какие ты знаешь ещё, и их здесь нет.
- 5) между какими фигурами стоит Δ, за..., перед..., слева..., справа..., вверху..., внизу...,над..., под... (пространственные представления).

Использовать детские сказки и стихи: "Репка", "Три медведя", "Колобок" и т.д.– (кто за кем).

б) решение.

Обобщая ответы учащихся, можно судить об их подготовке и 1 классу и спланировать учителю дифференцирующую работу на 1-ю неделю сентября.

Начиная с 1-го сентября, на протяжении первой недели решаем вторую цель подготовительного периода. На этих уроках учитель должен дать детям следующую сумму знаний:

I. Счет предметов.

Учебник (I-III) –1 класс стр. 3, 4, 7, учебник (I-IV) – стр. 3, 4, 5, 13.

Все другие страницы подготовительного периода тоже будут содержать счет предметов, но на указанных выше страницах мы знакомим ребят с ПРАВИЛАМИ СЧЕТА.

- 1) Счет начинается со слова – один. Отвечая на вопрос – сколько? - λ- мы используем слово "один". Слово "раз" используется в детских считалках при выполнении физ. упражнений, танцах.

Для закрепления этих понятий, предложить детям пересчитать предметы, предлагаемые учителем или в счетном пенале. Провести физ. минутку, предложить считалочку.

- 2) Счет бывает количественный и порядковый.



отвечает на вопрос
КОТОРЫЙ (КОТОРЫМ)
ПО СЧЕТУ?

отвечает на вопрос
СКОЛЬКО?

Чтобы ответить на вопрос СКОЛЬКО? надо пересчитать все предметы и запомнить последнее слово, которое является ответом на поставленный вопрос.

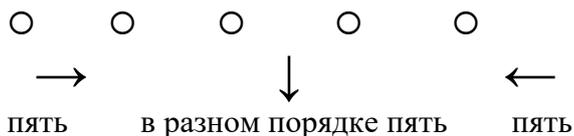
○ ○ ○ ○ ○
один два три четыре ПЯТЬ

Порядковый счет: Которым по счету идет Δ?

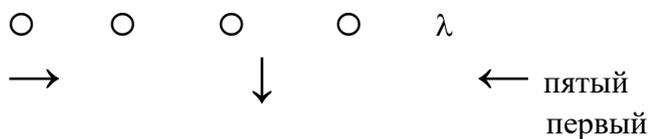
○ ○ Δ ○ ○
первый второй третий четвертый пятый
Ответ: третий.

3) Количественный счет не меняется от направления счета. Порядковый меняется в зависимости от направления счета.

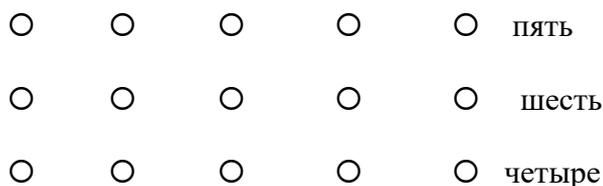
Сколько? Количественный счет.



Порядковый счет.



4) При счете нельзя пропускать предметы или называть их дважды.



5) Прямой (1-10) счет и обратный (10 –1) счет.

Пересчитывая все предметы, начинаем счет со слова ОДИН и до ... Таким образом, число предметов увеличивается (выставляем по одному предмету), и приходим к выводу, что такой счет называется ПРЯМЫМ.

Убирая по одному из выставленных предметов, называем, сколько предметов остается от.... до одного. Их число уменьшается _ это ОБРАТНЫЙ счет.

Объяснение этих правил можно сгруппировать на каждый урок (по усмотрению учителя).

Например: 1-й урок – 1,5 правило
2-й урок – 2,4 правило
3-й урок – 3 правило

II. Сравнение численности двух множеств.

(для учащихся это сравнение двух групп предметов по числу предметов)

Учебник 1 класс (1-3) стр. 5, учебник 1 класс (1-4) стр. 6,7.

Первый способ уравнивания – по числу.



Пять больше, чем три, а три меньше, чем пять. Этот способ сравнения рассчитан на хорошо подготовленных детей к школе, т.к. сравнение чисел опирается на знание расположения их в натуральном ряду.

Второй способ сравнения – установление взаимно – однозначного соответствия между численностями 2-х множеств, т.е. установление пар предметов.

← → μ СТОЛЬКО ЖЕ, сколько λ

⊄ ⊆ λ СТОЛЬКО ЖЕ, сколько μ

(т. е. 1 предмет из 1-й группы, затем из второй группы, 2-й предмет из 1 группы, затем из второй)

λ и μ равное

одинаковое количество (число)
их поровну

← → ° " (хорошо видно, т.к. не хватает пары)
∄ ⊆ ∉

Т.к. одному λ в пару нет μ , говорят, что λ больше, чем μ , а λ меньше, чем μ .
Проводя второй способ сравнения, предметы НЕ СЧИТАТЬ, поэтому лучше убрать их в 2 конверта и доставать по одному, устанавливая пары.

III. Преобразование численности 2-х множеств.

Учебник 1 класс (1-3) стр.6, учебник 1 класс (1-4) стр. 12.
Преобразование не равночисленных множеств в равночисленные

$\lambda\lambda\lambda\lambda\lambda$

$\mu\mu\mu$

Только один вариант ответа к каждому вопросу.

Вопросы: Что надо сделать, чтобы λ стало столько же, сколько μ ? (убрать 1 λ).

Что надо сделать, чтобы μ стало столько же, сколько λ ? (добавить 1 μ).

Здесь два варианта ответа.

Что надо сделать, чтобы μ и λ стало поровну, равное количество, одинаковое число (или убрать 1 λ , или добавить 1 μ).

IV. Пространственные представления.

Учебник 1 класс (1-3) стр. 7,6, учебник 1 класс (1-4) стр. 13,11,9,8.

Учащиеся должны усвоить понятия: НАЛЕВО (слева, левее, влево), НАПРАВО (...), ВВЕРХ, ВНИЗ, ПЕРЕД, ЗА, МЕЖДУ, РЯДОМ.

А по программе 1-4 дополнение – временные представления: раньше, позже (стр. 10)

Усвоить эти термины можно, используя игровой материал. Например: игра "Магазин", герои сказок, мультфильмов "Колобок", "Теремок", "Тараканище" и т.д.

НУМЕРАЦИЯ ЧИСЕЛ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА.

Математика 1 класс (1-3) стр. 8-27, математика 1 класс (1-4) стр. 18-49.

Нумерация – это образование, название, запись и чтение числа.

Из определения вытекают следующие ПРОГРАММНЫЕ ЗАДАЧИ:

1. Познакомить детей с образованием числа и его названием.

Каждое новое число в натуральном ряду образуется путем прибавления единицы к предыдущему числу.

а)

—

μ σ

Не считая фигуры, скажи, сколько их? (Много).

σ



π

—

Не считая σ , скажи, сколько их? (Много).

π

μ

σ

Не считая μ , скажи, сколько их? (Много).

π

μ

—

Сколько среди них σ ? Сколько ? (Один)

σ

μ

σ

π

Отодвигаю эти предметы (, σ) в сторону и сообщаю, что:

- Данному количеству (числу) предметов - **О**- в устной речи соответствует слово "ОДИН".

- Какие из оставшихся фигур мы можем обозначить словом "ОДИН". (**О**).

- Какие предметы в классе вы можете обозначить словом "ОДИН"? (доска, дверь, учительница и т.д.)

Аналогичную работу можно проводить с учащимися по ознакомлению их с другими числами (Добавляем к рисунку ещё 2 морковки, 3 цветочка и т.д.).

Объединяем предметы по разным признакам (овощи, фрукты, и по их числу, по форме, цвету, по принадлежности к одному классу).

б) А также можно, используя предыдущее (даем детям термин) число, увеличить на один, чтобы получить следующее за ним число (последующее).

О - "ОДИН" (мы обозначаем это словом "Один").

μ μ - Сколько **μ** получилось? (Два.)

(мы положим столько **μ**, сколько **О** и добавим ещё 1)

π π π - "ТРИ"

(**π** столько, сколько **μ** и ещё 1)

В устной речи называем число предметов, в письменной обозначаем цифрой.

2. Познакомить учащихся с обозначением чисел с помощью соответствующих знаков – ЦИФР - и научить их читать.

σ - "один" – 1 1 1 1 1 1 1 1

μ μ - "два" – 2 2 2 2 2 2 2 2

π π π - "три" – 3 3 3 3 3 3 3 3

На каждом уроке учащиеся усваивают соответствие между количеством предметов, их числом и цифрой.

НЕ ПУТАТЬ! Понятие числа и цифры.

ПОМНИТЬ! Любое число можно обозначить соответствующей ему цифрой.

3. Научить детей писать цифры от 0 до 9.

В этом поможет нам методическое письмо "Письмо цифр", где дано подробное объяснение учителя по написанию каждой цифры, и порядке работы в этот этап урока:

- 1) Сравнение печатной и письменной цифры.
- 2) Элементы письменной цифры.
- 3) Подробное объяснение учителем письма цифры с показом на доске в разливке.
- 4) Письмо цифры учащимися в воздухе.
- 5) Письмо трех – четырех цифр учащимися в тетрадах.

Учитель просматривает ошибки, указывает на них при повторном показе написания цифры у доски.

б) Продолжение работы учащихся в тетрадах.

4. Расположение чисел в натуральном ряду.

По мере изучения каждого нового числа в пределах 10, учащиеся выстраивают изученные числа в числовой ряд, наблюдая их последовательность:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Учащиеся усваивают понятия:

- а) предыдущее число – число, стоящее перед данным;
- б) последующее число – число, стоящее за данным;

- с) последующее число больше предыдущего на 1 (единицу); предыдущее число меньше последующего на 1.

5. познакомить детей со сложением и вычитанием числа "1". $\square \pm 1$

Их решение основано на знании расположения чисел в натуральном ряду.

Например:

$$1) 8 + 1 = \square$$

Рассуждение: Чтобы к 8 прибавить 1, надо назвать число, следующее за числом 8. Это 9. Значит $8 + 1 = 9$.

Посмотрите число 8 на натуральном ряду...

$$2) 8 - 1 = \square$$

Рассуждения: Чтобы от 8 – 1, надо назвать число, стоящее перед числом 8. Это число 7. Значит $8 - 1 = 7$

Образец работы учащихся в тетрадях:

$1 + 1 = 2$	$2 + 1 = 3$	$3 + 1 = 4$
$2 - 1 = 1$	$3 - 1 = 2$	$4 - 1 = 3$

6. Продолжить работу по сравнению чисел (см. работу в "Подготовительный период").

$\sigma \sigma$	2	$2 < 3$
$\lambda \lambda \lambda$	3	$3 > 2$

Рассуждения: В числовом ряду число 2 стоит перед числом 3, значит $2 < 3$; 3 стоит за числом 2, значит $3 > 2$.

Сравнение чисел опирается на знание расположения их в натуральном ряду.

7. Состав числа.

Эти программные задачи решаются учителем на каждом уроке при ознакомлении учащихся с новым числом и соответствующей ему цифрой.

В помощь используем НАГЛЯДНЫЕ ПОСОБИЯ:

- 1) счётный материал
- 2) набор цифр (печатные и письменные)
- 3) абак (счётная линейка с выдвижными ленточками)
- 4) к составу числа: 2 корзины – 10 грибов

2 дерева – 10 яблок

2 поляны – 10 цветочков

2 вазы – 10 груш

- 5) математические бусы

- 6) числовой домик

По этой программной задаче учащиеся узнают, что число может состоять не только $\square + 1$, но и из других случаев. Например: $5 = 4 + 1$ – это известно детям.

$$5 = 3 + 2$$

$$5 = 2 + 3$$

$$5 = 1 + 4$$

Можно использовать занимательный материал: С.Я. Маршак "Веселый счет".

Отработать эти программные задачи учитель предлагает учащимся при выполнении тренировочных упражнений со счетным материалом. Закрепить эти понятия – использовать задания по странице учебника и работа в тетрадях.

НУМЕРАЦИЯ ЧИСЕЛ в разделе "Сотня".

Математика (1-3) стр. 70 – 80 – 1 этап

стр. 107 – 119 – 2 этап

На первом этапе идет работа над нумерацией чисел от 11 до 20.

На втором этапе – от 21 до 100.

Изучение чисел в разделе "Сотня" (двузначные) делаются на 2 этапа, т.к. при назывании чисел 1 этапа сначала произносим число отдельных единиц, а затем сам десяток ("Десять").

При назывании чисел второго этапа сначала произносим число десятков, а потом отдельных единиц. При записи чисел первого этапа произношение и запись чисел с помощью цифр не совпадают.

одиннадцать – 11

двенадцать – 12

Произношение и запись чисел второго этапа совпадают.

тридцать шесть – 36

восемьдесят семь – 87

Числа первого этапа пишутся в одно слово, а числа второго этапа записываются в два слова.

Программные задачи.

1. Познакомить детей с образованием 1 – десятка.

Используя счетные палочки (десять) предлагаем учащимся объединить их, и сообщаем, что они составляют один десяток.

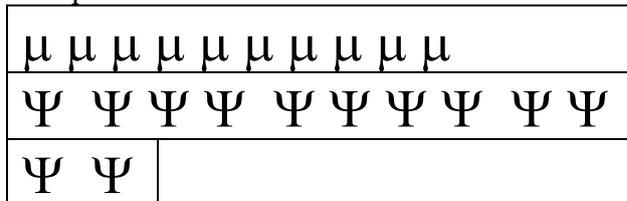
10 ед. = 1 дес.

2. Познакомить учащихся с тем, что десятками можно вести счет, как простыми единицами.

Один, два, три, ... десять.

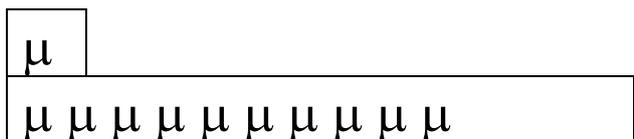
Один десяток, два десятка, три десятка, ... 10 десятков.

Учитель при этом может использовать полоски с кружочками, обозначающими десяток.



3. Познакомить учащихся с образованием чисел от 11 до 20 и их называнием.

Используя полоски с кружочками и отдельные кружочки. Объясняю образование и называние чисел первого этапа из десятка и отдельных единиц.

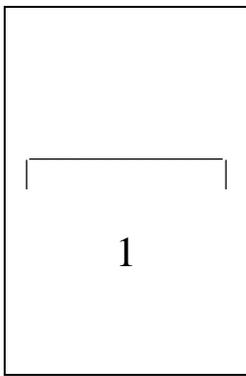


**Один - над - дцать - один-
надцать**

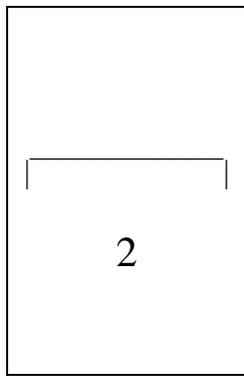
Таким же образом знакомим учащихся с числами до 19 (можно дать на одном уроке). Получив число девятнадцать, добавляю к девяти единицам ещё одну единицу и получаю 1 десяток, да ещё один десяток = 2 десятка. Сообщаю, что 2 десятка – двадцать.

На стр. 70 – 73 идет весь указанный выше порядок без записи чисел, т. к. идет работа над порядком и нумерацией чисел от 11 до 20.

4. Научить детей записи и чтению чисел от 11 до 20 (стр. 74 –80). Для записи чисел от 11 до 20 используем ВСЕ цифры от 0 до 9. Обучая этому детей, используем пособие абак – таблица разрядов.



ДЕСЯТКИ



ЕДИНИЦЫ

В числах 10 и 20 присутствуют только десятки, поэтому при их записи отсутствие единиц обозначаем цифрой "0".

Отображать запись чисел от 11 до 20 поможет пособие с движущимися лентами.

5. Сформировать у учащихся умение узнавать примеры, основанные на знании состава двузначного числа из десятков и единиц.

Используя полоски с кружочками или монеты, или цифровые карточки, учим детей решать тройки примеров.

$$10 + 2 = 12 - 1 \text{ дес. и } 2 \text{ ед.} = 12$$

$$12 - 2 = 10 - 1 \text{ дес. и } 2 \text{ ед.} - 2 \text{ ед.} = 1 \text{ дес.}$$

10 коп

2 коп

$$12 - 10 = 2 - 1 \text{ дес. и } 2 \text{ ед.} - 1 \text{ дес.} = 2 \text{ ед.}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Следовательно, примеры такого вида основаны на знании нумерации, а именно – состава числа.

В этот момент можно и нужно включать решение примеров на $\square \pm 1$. Их решение основано на знании расположения чисел в натуральном ряду.

$$16 + 1 = 17 \text{ (за числом 16 следует число 17)}$$

$$16 - 1 = 15 \text{ (перед числом 16 стоит число 15)}. \text{ Назову предыдущее число числу 16. Это 15.}$$

6. Обобщить знания учащихся по записи чисел.

Числа, для записи которых используется одна цифра – однозначные.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Все цифры обозначающие какое – либо число предметов – значимые цифры от 1 до 9.

0 – не значимая цифра, т.к. обозначает отсутствие единиц. Самое маленькое однозначное число –

1. Самое большое – 9.

7. Познакомить учащихся с круглыми десятками, их названиями.

1 дес. – десять ед.

6 дес. – шестьдесят ед.

2 дес. – двадцать ед.

7 дес. – семьдесят ед.

3 дес. – тридцать ед.

8 дес. – восемьдесят ед.

4 дес. – сорок ед.

9 дес. – девяносто ед.

5 дес. – пятьдесят ед.

10 дес. – сто ед.

8. Научить детей складывать и вычислять десятки.

Эти действия выполняются точно также, как и с простыми единицами.

$$5 + 1 = 6 - 5 \text{ ед.} + 1 \text{ ед.} = 6 \text{ ед.}$$

$$5 \text{ дес.} + 1 \text{ дес.} = 6 \text{ дес.}$$

$$5 \text{ дес.} - 1 \text{ дес.} = 4 \text{ дес.}$$

9. Познакомить учащихся с образованием и названием чисел от 21 до 100. (см. работу над 3 программной задачей + теория)

10. Продолжать работу над составом двузначных чисел.

$$2 \text{ дес. } 8 \text{ ед.} = 28$$

$$9 \text{ дес. } 2 \text{ ед.} = 92$$

11. Продолжить работу над записью двузначных чисел от 21 до 100. Самое большое двузначное число – 99 (см. 4-ю задачу).

12. Формировать умение учащихся в решении примеров вида:

а) $\square \pm 1$

$$25 + 1 = 26 \text{ (следующее)}$$

$$89 - 1 = 88 \text{ (предыдущее)}$$

б) $20 + 2 = 22$

$$22 - 2 = 20$$

$$22 - 20 = 2 \quad (\text{см. 5 задачу})$$

13. Познакомить учащихся с заменой двузначного числа суммой

$$36 = 30 + 6$$

дес. ед.

Каждая цифра занимает свое место. Большое значение имеет, какое место каждая цифра в записи числа.

Для формирования этого понятия даю пары чисел для сравнения: 36 и 63.

Вопрос: Чем похожи эти числа и в чем их различие?

Похожи: 1) для их записи понадобилось 2 цифры \Rightarrow это двузначные числа.

2) используются одинаковые цифры 3 и 6.

Различия: 1) цифра "3" в первом числе обозначает десятки, а во втором – единицы.

2) цифра "6" в первом числе – единицы, во втором – десятки.

Поэтому и числа получились разные, а именно \Rightarrow 36 и 63.

14. Сравнение чисел

а) по их расположению в натуральном ряду.

$18 < 54$ (идет левее 18) 18 стоит левее, чем 54 в натуральном ряду.

$90 > 38$ (идет правее 90) 90 называем позже, чем число 38

б) по составу числа

$$18 - 1 \text{ дес. } 8 \text{ ед.}$$

$$54 - 5 \text{ дес. } 4 \text{ ед.}$$

$$1 < 5 \Rightarrow 18 < 54$$

15. Формировать знания учащихся в натуральном ряду по расположению чисел.

Задания:

1. Назовите числа от 18 до 30

2. Назовите число, предыдущее (последующее) числу 56, 70, 89 и т.д.

3. Увеличьте (уменьшите) числа на 1: 18, 13, 24, 32.

Решите примеры:

$$12 + 1 =$$

$$56 + 1 =$$

$$17 - 1 =$$

$$90 - 1 =$$

4. Расположить числа в порядке возрастания (убывания).

38, 27, 30, 39, 33, 28, 35, 31, 29, 32, 34, 37, 36, 40.

5. Сравнить числа ($<$, $>$, $=$) 38 и 56, 91 и 90

Аналогичная работа идет и по программе 1 – 4, где учащиеся усваивают рассмотренные нами знания, умения и навыки, но числа 1 этапа изучаются в конце 1 класса. Числа 2 этапа – во втором классе.

Учащиеся усваивают самое маленькое двузначное число – 10. Самое большое двузначное число – 99.

При изучении чисел 1 и 2 этапов сначала идет работа над устной нумерацией, а затем над письменной нумерацией двузначных чисел.

Проверить знания учащихся при изучении темы: "Нумерация двузначных чисел" можно по следующим вопросам:

СХЕМА РАЗБОРА ЧИСЛА.

1. Назови числа: 18, 15, 96, 91.
2. Назови предыдущее и последующее числа числу 59.
3. Сколько десятков и единиц в числах: 57, 30, 28, 17, 10.
4. Сколько цифр понадобилось для записи чисел?
5. Назови (или напиши) число, которое имеет столько же цифр, что и данное: 54, 9.
6. Запиши (назови) наименьшее и наибольшее числа, которые имеют столько же цифр, что и данные: 87 – двузначное число \Rightarrow 10 и 99.
7. Используя все цифры данного числа, назови (запиши), наибольшее.
73 – 7 и 3 наименьшее 37, наибольшее 73
44 – 4 и 4 наименьшее и наибольшее 44
70 – 7 и 0 наименьшего нет !!!, наибольшее 70
8. Запиши числа от 54 до 70 по возрастанию.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА.

1. Прочитай числа 15, 38, 42, 24, 83 (ед. дес.)

Сколько в каждом из них единиц и сколько десятков?

15 – пятнадцать – 1 дес. 5 ед.

38 – тридцать восемь – 3 дес. 8 ед.

42 – сорок два – 4 дес. 2 ед.

Разбить эти числа на 2 группы. Почему?

15 – 1 этап (числа от 11 до 20)

38, 42, 24, 83 – 2 этап (числа от 21 до 100)

Какие знания необходимы учащимся при разборе этих чисел?

ЗНАНИЯ: 1) название и запись чисел;

2) состав чисел из десятков и единиц – это и есть разрядный состав числа;

3) место разрядных единиц в записи двузначного числа: на первом месте, считая, справа, записывает единицы, на втором – десятки.

2. Прочитай число: 7, 2, 22, 77, 27, 72.

Какие цифры использованы для записи этих чисел? (2, 7)

Запиши эти числа в порядке уменьшения (убывания): 77, 72, 27, 22, 7, 2.

Прочитай эти числа в порядке увеличения (возрастания): 2, 7, 22, 27, 72, 77.

Какие программные задачи решаются при выполнении этих заданий?

ЗНАНИЯ: 1) расположение чисел в натуральном ряду;

2) название, запись и чтение чисел;

3) знание состава двузначных чисел;

4) понятие цифра и число;

5) поместное значение цифры (либо дес., либо ед.) (72 и 27)

6) однозначные и двузначные числа.

Поэтому задания ученика можно дополнить: запишите данные числа в 2 группы – однозначные и двузначные: 2, 7, 22, 27, 72, 77.

3. Дай рассуждение при решении примеров:

$35 + 1 = 36$ (назову последующее)

$90 - 1 = 89$ (назову предыдущее)

Какую программную задачу решает учитель?

ЗНАНИЯ: расположение числа в натуральном ряду.

$30 + 4 = 3$ дес. 0 ед. + 4 ед. = 34

$34 - 4 = 3$ дес. 4 ед. - 4 ед. = 30

$34 - 30 = 3$ дес. 4 ед. - 3 дес. 0 ед. = 4

Программные задачи: 1) разрядный состав числа;

2) поместное значение цифры.

$80 - 20 = 8$ дес. - 2 дес. = 60

$50 + 40 = 5$ дес. + 4 дес. = 90

Программные задачи: 1) сложение и вычитание десятков происходит точно также как и единиц;

2) состав двузначных чисел из круглых десятков;

3) сложение и вычитание чисел от 1 до 10.

Обобщим рассмотренные нами группы примеров:

I. Прибавление и вычитание единицы.

II. Сложение и вычитание, основанные на знании поместного значения цифры;

III. Сложение и вычитание круглых чисел.

Эти три группы примеров решали, опираясь на знания "Нумерация чисел" в разделе "Сотня", поэтому, обобщая их, можно сказать, что решение этих примеров основано на знании нумерации чисел.

Замена числа суммой десятков и единиц:

$$56 = 50 + 6$$

$$17 = 10 + 7$$

Сравни числа: $18 < 19$ – 18 называется раньше, чем 19, значит 18 меньше, чем 19 – по расположению чисел в натуральном ряду.

При чтении неравенств читаем слева направо:

$$37 < 42 - 37 \text{ меньше, чем } 42$$

$$42 > 37 - 42 \text{ больше, чем } 37$$

НУМЕРАЦИЯ ЧИСЕЛ в разделе "Тысяча"

-это образование, называние, запись и чтение трехзначных чисел.

ПРОГРАММНЫЕ ЗАДАЧИ:

1. Познакомить учащихся с новой счетной единицей – СОТНЕЙ:

Используя пучки палочек или полоски с кружочками (это десятки) ведем счет десятками пока не получим 10 десятков.

10 дес. = 1 сотня

Предлагаю учащимся вопрос: "Можно ли вести счет сотнями?" – "Да". (одна сотня, две сотни, ..., десять сотен).

2. Дать названия круглым сотням.

1 сот. – 100 – сто

6 сот. – 600 – шестьсот

2 сот. – 200 – двести

7 сот. – 700 – семьсот

3 сот. – 300 – триста

8 сот. – 800 – восемьсот

4 сот. – 400 – четыреста

9 сот. – 900 – девятьсот

5 сот. – 500 – пятьсот

10 сот. – 1000 – тысяча

3. Ввести понятия: единицы первого разряда, единицы второго разряда, единицы третьего разряда.

Работая в разделе "Десяток", учащиеся познакомились с тем, что счет можно вести единицами, поэтому первая счетная единица – единицы, которые в записи числа пишутся на первом месте считая справа налево, поэтому единицы называют единицами первого разряда (I).

В разделе "Сотня" научились вести счет десятками – вторая счетная единица, поэтому десятки – единицы второго разряда (II).

В разделе "Тысяча" познакомились с третьей счетной единицей – сотней, поэтому сотни – единицы III – го разряда.

4. Установить соотношения между разрядными единицами, что позволяет учащимся усвоить принцип построения десятичной системы счисления.

В этом учащиеся убеждались, работая с наглядностью.

$$10 \text{ ед.} = 1 \text{ дес.}$$

$$10 \text{ дес.} = 1 \text{ сот.}$$

$$10 \text{ сот.} = 1 \text{ тыс.}$$

5. Научить детей образовывать и называть трехзначные числа.

Они состоят из единиц, десятков и сотен. Зная названия круглых сотен, а также двузначных чисел, учащиеся отвечают на вопросы:

а) Назови число, в котором 3 сотни, 5 дес., 7 ед.

3 сотни – триста

5 дес. – пятьдесят

7 ед. – семь

- УСТНАЯ НУМЕРАЦИЯ.

б) Назови число, в котором 3 ед. III разряда, 5 ед. II разряда, 7 ед. I разряда.

III р. – сотни – значит в числе будет 3 сотни – триста

II р. – десятки – 5 десятков – пятьдесят

I р. – единицы – 7 единиц – семь

6. Научить детей записывать и читать трехзначные числа.

Используем абак, таблицу разрядов.

III разряд сотни	II разряд десятки	I разряд единицы
2 двести	1	3
1 сто	3 тридцать	0
1 сто	0	3 три

Отсутствие единиц какого – либо разряда (кроме высшего) обозначается цифрой 0.

- ПИСЬМЕННАЯ НУМЕРАЦИЯ.

7. Закрепить принципы поместного значения цифр на области трехзначных чисел.

(с помощью цифр мы записываем числа)

Эта работа идет в процессе записи трехзначных чисел, когда каждая цифра занимает свое разрядное место.

589, 598, 859, 895, 958, 985

Меняя цифры местами, изменяется значение числа.

8. Формировать умение в решении примеров, основанных на знании нумерации трехзначных чисел.

(это те же виды примеров, что и в разделе "сотня")

I. Сложение и вычитание единиц.

$$153 + 1 = 154$$

$$258 - 1 = 257$$

II. Поместное значение цифр

$$\begin{aligned}540 + 6 &= 546 \\506 + 40 &= 546 \\500 + 46 &= 546 \\46 + 500 &= 546 \\546 - 500 &= 46 \\546 - 46 &= 500 \\546 - 40 &= 506 \\546 - 6 &= 540 \\546 - 506 &= 40 \\546 - 540 &= 6 \\456 - 546 &= 0\end{aligned}$$

III. Сложение и вычитание круглых сотен.

$$\begin{aligned}800 - 200 &= 600 & 8 \text{ сот.} - 2 \text{ сот.} &= 6 \text{ сот.} \\300 + 600 &= 900 & 3 \text{ сот.} + 6 \text{ сот.} &= 9 \text{ сот.}\end{aligned}$$

Все рассуждения и выводы смотри ранее.

IV. Продолжить работу над сравнением чисел на области трехзначных чисел.

$$\begin{aligned}534 * 306 \\534 - 5 \text{ сот.} 3 \text{ дес.} 4 \text{ ед.} \\306 - 3 \text{ сот.} 6 \text{ ед.} \\5 > 3 \Rightarrow 534 > 306\end{aligned}$$

- это сравнение по составу числа,
- сравнение по расположению в натуральном ряду: 534 мы называем позже, чем 306, поэтому оно больше.

V. Продолжить работу над составом чисел на области трехзначных чисел.

Сколько ед. I, II, III разряда в числе, или сколько ед. каждого разряда, или сколько сотен, десятков, единиц.

- 427 – 4 ед. III р., 2 ед. II р., 7 ед. I р.
- 427 – 4 сот., 2 дес., 7 ед.

VI. Формировать умение учащихся в расположении чисел в натуральном ряду.

Формулировки заданий могут быть различными.

Причины выделения сотни в особый концентр.

- Учащиеся знакомятся с новой счетной единицей – десятком.
- Знакомятся с понятием – разряд – что является понятием десятичной системы счисления.
- Принцип образования, называния, записи и чтения двузначных чисел.

Причины выделения тысячи в особый концентр.

- Здесь заканчивается изучение нумерации чисел I класса – класса единиц, что является основой для освоения нумерации многозначных чисел, т.к. следующие классы:

II класс – класс тысяч,

III класс – класс миллионов и т.д.

Строятся по аналогии с I классом, а именно: I кл. – класс единиц имеет разряды (ед., дес., сот.) \Rightarrow все следующие классы будут иметь те же самые разряды, но с добавлением названия класса:

II

кл

. – класс тысяч, имеет разряды: ед.тыс., дес.тыс., сот.тыс.

III кл. – класс миллионов: ед. млн, дес.млн, сот. млн.

- Закрепляются знания устных приемов вычисления.

Причины выделения многозначных чисел в особый концентр.

1. Многочисленные числа образуются, называются, записываются и читаются с опорой не только на понятия разряда, но и класса.

понятие разряда	понятие разряда и	класса
5	7 506	7 млн 803 тыс. 500
ед.	даем название	
кл. тыс.		
28	90 360	19 млн. 700 тыс. 305
дес.	тыс.	
584	806 402	806 млн. 904 тыс. 398
сот.	тыс.	

2. Арифметические действия над многочисленными числами выполняются с использованием как устных, так и письменных приемов вычислений.

Одна из основных задач изучения действий над многочисленными числами – выработка осознанных и прочных навыков письменных вычислений.

Нумерация многочисленных чисел.

(Нумерация начинается с четырехзначного числа, опираясь на понятие числа)

- это образование, название, запись и чтение многочисленных чисел.

Программные задачи:

1. Сформировать понятие о новой счетной единице – тысяче, как единицы II класса.

(Учащиеся в предыдущих разделах начали усваивать принципы построения десятичной системы счисления) 10 ед. = 1 дес. 10 дес. = 1 сот. 10 сот. = 1 тыс.

Предлагаем учащимся вести счет тысячами (1 тыс., 2 тыс., и т.д.), придя к выводу, что тысячами можно вести счет, как и простыми единицами ⇒ единицы тысяч – IV разряд.

Таким же образом, продолжая работу, устанавливаем и соотношения.

10 ед. тыс. = 1 дес. тыс.

10 дес. тыс. = 1 сот. тыс.

V разряд – десятки тыс.

VI разряд – сотни тыс.

VI разрядом заканчивается II клас – класс тысяч. И начинается знакомство с III классом – классом миллионов, устанавливаются соотношения.

10 сот. тыс. = 1 ед. млн.

10 ед. млн. = 1 дес. млн.

10 дес.млн. = 1 сот. млн.

VII разряд – единицы млн.

VIII разряд – десятки млн.

IX разряд – сотни млн.

2. Научить детей образовывать, называть, записать и читать многочисленные числа.

Это идет с опорой не только на понятие разряда, но и класса. Для выработки этих умений и навыков будем использовать:

а) Таблицу разрядов и классов. Числа в классе тысяч и в классе млн. образуются и читаются точно так же, как и в кл. единиц, поэтому, работая, в таблице читаем числа так: сначала произносим общее число класса млн. и добавляем его название – семьсот три млн. -, затем произносим общее число единиц второго класса с добавлением его названия – шестьсот девяносто тысяч -, а затем и первого класса – пять сот двенадцать. Получили число: 703 млн. 690 тыс. 512. Следовательно, чтобы учащиеся умели выполнять эту работу с многочисленными числами, необходимы их знания по трехзначным числам.

б) Вся эта работа является подготовительной для формирования умения учащегося работать с многочисленными числами вне таблицы.

На первых порах можно использовать точки, обозначающие какой – либо разряд.

1 000

.....

Для правильного числа вне таблицы, поступают так:

- 1) Установлю число классов. Для этого справа налево отделию по 3 разряда (в высшем классе может быть 1 или 2 разряда)

70 345

- 2) Читаю число слева направо, называя общее число единиц каждого класса, добавляя его названия.

70 345 → 70 тыс. 345 ед.

Произнося общее число, класс единиц можно не называть.

70 тыс. 345

ЗАПИСЬ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

(для работы с таблицей и без нее)

- Запиши или назови число, в котором 9 ед. II кл.

9	9000	(сравнение и отличие)
---	------	-----------------------
- Запиши или назови число, в котором 8 сот. тыс., 5 дес. тыс., 0 ед. тыс., 7 сот. 4 ед.
- 5 ед. IV р., 4 ед. V р., 1 ед. III р., 8 ед. II р., 7 ед. I р.
- 803 ед. I кл. и 560 ед. II класса.
- 5 дес.тыс и 3 ед II р.
- 907 млн. и 8 дес.тыс.

III класс - миллионов			II класс – класс тысяч			I класс – единиц		
IX разряд сотни млн	VIII разряд десятки млн	VII разряд единицы млн	VI разряд сотни тысяч	V разряд десятки тысяч	IV разряд единицы тысяч	III разряд сотни	II разряд десятки	I разряд единицы
								7 семь
							8 восемь десять	7 семь
						2 двести	5 пятьдесят	0
					9 девять тысяч	0	0	0
				1 3 тринадцать тысяч		8	9	5
			7 семьсот	9 девять сто	5 пять тысяч	0	0	0
		4 млн.	0	0	0	0	0	0
	8 восемь десять	3 три млн.	4 четыре ста	5 пять десять	6 шесть тысяч	1	2	3
7 семьсот	0	3 три млн.	6 шесть сот	9 девять сто	0 тысяч	5	1	2

В подготовке заданий по нумерации многозначных чисел, а также в проведении проверочных работ по этой теме нам поможет СХЕМА РАЗБОРА ЧИСЛА.

1. Прочитай число.

47 053 890

III II I

кл. кл. кл.

млн. тыс. ед.

47 млн. 53 тыс. 890

2. Назовите число единиц

а) каждого разряда

б) каждого класса

а) 47 053 890 – 0 ед. I р., 9 ед. II р., 8 ед. III р., 3 ед. IV р., 5 ед. V р., 0 ед. VI р., 7 ед. VII р., 4 ед. VIII р.

РАССУЖДЕНИЕ: Каждая цифра, стоящая на определенном месте занимает единственный разряд. Цифра 9 стоит на II р. месте. Цифра 4 стоит на VII разрядном месте, поэтому обозначает 4 ед. VII р.

Каждый разряд имеет свое название.

ИЛИ

0 ед., 9 дес., 8 сот., 3 ед. тыс., 5 дес. тыс., 7 ед. млн., 4 дес. млн.

б) 47 053 890 – 47 ед. III кл., 53 ед. II кл., 890 ед. I кл.

РАССУЖДЕНИЕ: см. в № 1.

3. Назови общее число единиц каждого разряда.

47 053 890

РАССУЖДЕНИЕ: Каждый разряд имеет свое название:

I р. – единицы, поэтому назову общее число единиц – 47 053 890 ед., т.е. назову само это число;
II р. – десятки, поэтому назову общее число десятков. Для этого закрою цифры, обозначающие единицы, т.к. число (в данном случае 0, а может быть от 0 до 9) не составляет 1 десятка. Оставшееся число является ответом на вопрос – 47 053 89 дес.;

III р. – сотни, поэтому назову общее число сотен – 47 053 8 сот, т.к. закрываю цифры, обозначающие ед. и дес. (0 и 9, 90 ед. \neq 1 сот.) и т.д.

Общее число ед. тыс. – 47 053 ед. тыс.

Общее число дес. тыс. – 47 05 дес. тыс. и т.д.

47 053 890 – 47 053 890 ед.

47 053 89 дес.

47 053 8 сот.

47 053 ед. тыс.

47 05 дес. тыс.

47 0 сот. тыс.

47 ед. млн.

4 дес. млн.

4. Заменить число суммой разрядных слагаемых.

$47\,053\,890 = 40\,000\,000 + 7\,000\,000 + 50\,000 + 3\,000 + 800 + 90$

РАССУЖДЕНИЕ: Цифра 4 обозначает дес. млн., значит в этом числе 4 дес. млн., а это 40 млн. (берем значимую цифру 4, а на месте единиц всех следующих разрядов – 0).

5. Назови число, предшествующее при счете данному и число, следующее при счете за данным.

47 053 889 – 47 053 890 – 47 053 891

6. Назови наименьшее и наибольшее числа, которые имеют столько же разрядов, что и данное число.

РАССУЖДЕНИЕ: Данное число имеет VIII р., значит буду называть восьмизначные числа. Из них самое маленькое 10 000 000, самое большое 99 999 999.

7. Укажите, сколько всего цифр понадобилось для записи данного числа и сколько среди них различных.

РАССУЖДЕНИЕ: Число восьмизначное, значит, понадобилось 8 цифр. Из них цифра 0 повторяется дважды, значит различных цифр семь.

8. Используя все цифры данного числа, запишите наименьшее и наибольшее число.

98 754 300 – наибольшее

30 045 789 – наименьшее

ТЕМА 8: МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИМ ДЕЙСТВИЯМ И ФОРМИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ

План:

1. Общие вопросы обучения арифметическим действиям.
2. Сложение и вычитание в пределах двадцати.
3. Сложение, вычитание, умножение и деление в пределах 20.
4. Таблица умножения.
5. Арифметические действия в пределах 1000.
6. Арифметические действия над многозначными числами.

Вопросы для самоконтроля.

1. Трудности обучения арифметическим действиям и формирования вычислительных навыков, пути их преодоления.
2. Практическая работа при обучении арифметическим действиям.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

– Последовательность изучения действий - устные вычисления, вычисления без перехода через разряд, вычисления с переходом через разряд.

– Нахождение неизвестных компонентов действий – слагаемого, вычитаемого, уменьшаемого, множителя, делимого, делителя, суммы, разности, произведения, частного.

Обучение сложению и вычитанию в пределах 10.

С арифметическими действиями учащиеся знакомятся сразу же после изучения числа 2. Изучение каждого из чисел первого десятка (кроме 1), завершается изучением действий сложения и вычитания в пределах этого числа. Действие сложение и вычитание изучаются параллельно.

Учащиеся знакомятся со знаками сложения - плюсом (+), вычитания - минусом (-) и знаком равенства - равно (=).

При изучении данной темы учащиеся должны овладеть приемами вычисления, получить прочные вычислительные навыки, заучить результаты сложения и вычитания в пределах 10, а также состав чисел первого 10, узнавать и показывать компоненты и результаты двух арифметических действий и понимать их названия в речи учителя.

По мере овладения учащимися натуральной последовательностью чисел и свойством этого ряда нужно знакомить и с приемами сложения и вычитания, опирающимся на это свойство натурального ряда чисел. Дети учатся этим приемам прибавлять и вычитать единицу из числа, т.е. присчитывать и отсчитывать по 1.

Когда учащиеся научились прибавлять и вычитать по одному, надо учить их прибавлять по два.

Когда учащиеся овладели приемами присчитывания, учитель знакомит их с приемами отсчитывания.

Если приемами присчитывания ученики первого класса овладевают довольно быстро, то приемами отсчитывания - намного медленнее.

Трудность состоит в том, что прием отсчитывания основан на хорошем знании обратного счета, а обратный счет для многих учащихся первого класса труден. Кроме того, ученики плохо запоминают - сколько нужно отнять, сколько уже отняли, сколько ещё надо отнять.

При изучении каждого числа первого десятка учащиеся получают представление и о составе этих чисел.

В начале необходимо давать такие упражнения, в которых одно из слагаемых воспринимаются детьми наглядно, а второе они отыскивают по представлению.

При выполнении действий сложения и вычитания в пределах данного числа вводятся решение примеров с отсутствующим компонентом. Его обозначают точками, рамками, знаками вопросов и т.д., например:

$$[] + 1 - 3, 4 + \dots = 6, ? - 2 = 4. 6 - ? = 2.$$

Запишем $1 - 1 = 0$ (отсутствие предметов обозначают цифры 0) Решаются еще примеры, когда разность равна нулю.

Ноль сравнивается с единицей. Устанавливается, что ноль меньше единицы, единица больше нуля, поэтому ноль должен стоять перед единицей. Однако учитель должен помнить, что ноль не относится к натуральным числам. Поэтому ряд натуральных чисел должен начинаться с единицы.

Вводить число ноль в качестве вычитаемого, а потом и слагаемого следует на большом числе упражнений. Смысл действий с нулем будет лучше понять учащимся, если ноль в качестве вычитаемого и ноль в качестве слагаемого будет вводиться не одновременно. Затем проводятся упражнения на дифференциацию примеров, в которых ноль будет слагаемым и вычитаемым.

Полезно показать учащимся и зависимость изменения суммы от применения слагаемых, а также изменения остатка от изменения уменьшаемого.

Учитель первого класса должен обращать внимание учащихся на то, что сумма всегда больше каждого из слагаемых, а остаток всегда меньше уменьшаемых.

Уменьшаемое больше или равно вычитаемому, в противном случае вычитание произвести нельзя.

Уже с первого класса ученики должны быть приучены к проверке правильности решения примеров.

Сложение и вычитание в пределах 20.

Овладение вычислительными приемами сложения и вычитания в пределах 20 основано на хорошем знании сложения и вычитания в пределах 10, знание нумерации и состава чисел в пределах 20.

При изучении действий сложения и вычитания в пределах 20, как и при изучении соответствующих действий в пределах 10, большое значение имеет наглядность и практическая деятельность с пособиями самих учащихся. Поэтому все виды наглядных пособий, используемых при изучении нумерации, найдут применение и при изучении арифметических действий.

Действия сложения и вычитания целесообразнее изучать параллельно после знакомства с определенным случаем сложения изучать соответствующий случай вычитания сопоставления со сложением.

Во втором классе учащиеся должны знать название компонентов действий сложения и вычитания.

1. Приемы сложения и вычитания, основанные на знаниях десятичного состава чисел.

2. Сложение и вычитание без перехода через десяток:

а) к двухзначному числу прибавляется однозначное число. Из двухзначного числа вычитается однозначное число;

б) получение суммы 20 и вычитание однозначного числа из 20;

в) вычитание из двухзначного числа двухзначного: 15-12, 20-15.

Решение примеров такого вида можно объяснить разными приемами:

1. Разложить уменьшаемое и вычитаемое на десятки и единицы и вычитать десятки из десятков, единицы из единиц.

2. Разложить вычитаемое на десяток и единицы. Вычитать из уменьшаемого десятки, а из полученного числа - единицы.

3. Сложение и вычитание с переходом через ряд представляет наибольшие трудности для учащихся, с психофизическими нарушениями. вычитание с переходом через десяток тоже требует ряд операций;

- уменьшаемое разложить на десяток и единицы

- вычитаемое разложить на два числа, одно из которых равно числу уменьшаемого единицы

- вычесть единицы

- вычесть из десятка оставшееся число единиц

Подготовительная работа должна заключаться в повторении:

а) таблица сложения и вычитания в пределах 10,

б) состава чисел первого десятка (всех возможных вариантов из двух чисел)

в) дополнение чисел до 10

г) разложение двухзначного числа на десятки и единицы

д) вычитание из десяти однозначных чисел

е) рассмотрение случаев вида 17-7, 15-5.

Сложение и вычитание в пределах 100.

При обучении сложению и вычитанию в пределах 100 соблюдаются все требования, которые предъявляются к обучению выполнению действий в пределах 20. Многие трудности, которые испытывают дети при выполнении действий сложения и вычитания в пределах 20, не снимаются и при выполнении этих же действий в пределах 100. Как показывают опыт и специальные исследования, по-прежнему большие затруднения учащиеся испытывают при выполнении действия вычитания. Наибольшее количество ошибок возникает при решении примеров на сложение и вычитание: из единиц вычитаемого единицы уменьшаемого.

Последовательность изучения действий сложения и вычитания обусловлено нарастанием ступени трудности при рассмотрении различных случаев. Различают:

1. Сложение и вычитание круглых десятков ($30 + 20$, $50-20$, решение основано на знании нумерации круглых десятков)

2. Сложение и вычитание без перехода через разряд.

3. Сложение двухзначного числа с однозначным числом, когда в сумме получается круглые десятки. Вычитание из круглых десятков однозначного и двухзначного числа.

4. Сложение и вычитание с переходом через разряд.

Все действия с примерами 1,2, групп выполняются приемами устных вычислений, то есть вычисления надо начинать с единиц высших разрядов. Запись примеров производится в нумерации, десятичного состава чисел, таблиц сложения и вычитания в пределах 10. Действия сложения и вычитания изучаются параллельно.

Методика изучения табличного умножения и деления.

В практике работы школы в начальных классах получила рассмотрение следующая система изучения действий умножения и деления:

1. Введение понятия об умножении как сумм одинаковых слагаемых.

2. Составление таблицы умножения числа 2.

3. Понятие деления на равные части.

4. Составление таблицы деления на 2.

5. Составление таблицы умножения в пределах 20.

6. Составление таблицы деления в пределах 20.

7. Деление по содержанию.

8. Сопоставление умножения и деления как взаимобратных действий.

9. Изучение умножения в пределах 100. Составление таблиц умножения и деления. Практическое знакомство с переместительным законом умножения.

10. Деление с остатками

11. Умножение на 1 и единицы. Деление на 1. Ноль как компонент умножения. Ноль как делимое. При обучении умножению и делению перед учителем стоит сложная задача - раскрыть смысл каждого арифметического действия на конкретном материале.

Обучение табличному умножению и делению в пределах 20.

В 2 классе учащиеся получают понятие об умножении и знакомятся с действиями умножения и деления в пределах 20. Лучшему осознанию учащимся смысла действия умножения способствует подготовительная работа: счет равными группами предметов, а также счет по 2, 3, 4, 5, до 20.

После того как учащиеся получают первое представление об умножении, познакомятся со знаком умножения и записью этого действия, можно переходить к изучению таблицы умножения числа 2.

Таблица умножения составляется по постоянному множимому. Этапы знакомства с табличным умножением числа 2:

1. Счет предметов от 2 до 20.
2. Счет изображений предметов по 2 на рисунках или числовых фигурках и составление примеров на сложение.
3. Замена сложения умножением и чтения таблицы умножения.

Обучение табличному умножению в пределах 1000.

В 2 классе повторяется табличное умножение в пределах 20 и заканчивается изучение всего табличного умножения и деления. По-прежнему много внимания уделяется наглядной основе и счета равными группами их числам.

После составления таблицы умножения числа 6 учитель должен обратить внимание на то что ответ каждого последующего примера может быть получен из предыдущего путем прибавления 6 (единиц множимого).

Обучение табличному делению в пределах 20.

В начальных классах действие деления рассматривается в зависимости от действия умножения. Только тогда дети хорошо усваивают сущность деления, когда сопоставляется с умножением, устанавливается взаимосвязь между этими двумя действиями. Опыт показывает, что вывод деления из умножения без объявления сущности самого процесса деления оказывается малопонятным.

Деление с остатком вводится после изучения табличного деления. На деление с остатком дети допускают много ошибок. Они либо не записывают, либо прибавляют его к частному, либо получают остаток больше делителя.

Методика изучения арифметических действий в пределах 1000

Все действия в пределах 1000 без перехода через разряд учащиеся выполняют приемами устных вычислений с записью в строчку, а с переходом через разряд - приемами письменных вычислений с записью в столбик. Важно постепенно нарастание трудности при решении арифметических примеров, каждый последующий уровень в решении примеров должен опираться на знание предыдущих случаев. Непреодолимые трудности для ребенка могут возникнуть при несоблюдении степени трудности решения примеров. Поэтому очень важно соблюдать последовательность в выборе примеров, учитывая их нарастающую степень трудности, и тщательно отрабатывать каждый случай.

Сложение и вычитание в пределах 1000.

В изучении действий сложения и вычитания в пределах 1000 можно выделить следующие этапы:

1. Сложение и вычитание без перехода через разряд.

- сложение и вычитание круглых сотен. Действие производится на основе знаний нумерации, и сводятся по существу к действиям в пределах 10;

- сложение и вычитание круглых сотен и единиц, круглых сотен и десятков;

- сложение и вычитание круглых десятков, а также круглых сотен десятков;

- сложение трехзначных чисел с однозначным числом, двухзначным и трехзначным без перехода через разряд и соответствующие случаи вычитания;

- особые случаи сложения и вычитания. К ним относятся случаи, которые вызывают наибольшие трудности и в которых чаще всего допускают ошибки. Учащихся больше всего затрудняют действия с нулем, (ноль находится в середине или в конце)

2. Сложение и вычитание с переходом через разряд.

Сложение и вычитание с переходом через разряд - это наиболее трудный материал. Поэтому учащиеся выполняют действия в столбик. Сложение и вычитание в столбик производятся над каждым разрядом в отдельности и сводятся к сложению и вычитанию в пределах 20.

При решении примеров на сложение и вычитании с переходом на разряд соблюдается следующая последовательность:

1. Сложение и вычитание с переходом через разряд в одном разряде (единиц или десятков)

2. Сложение и вычитание с переходом через разряд в двух разрядах (единиц или десятков)

3. Особые случаи сложения и вычитания, когда в сумме или разности получается один или два нуля, когда в уменьшаемом содержится один или два нуля, когда в уменьшаемом содержится единица.

4. Вычитание трехзначных, двухзначных и однозначных чисел из 1000.

Умножение и деление в пределах 1000.

Умножение и деление также как сложение и вычитание, могут производиться как устными, так и письменными приемами вычислений, записываться в строчку или в столбик.

1. Устное умножение и деление в пределах 1000:

- умножение и деление круглых сотен

- умножение и деление круглых десятков на однозначное число:

а) рассматриваются случаи умножения и деления круглых десятков, которые сводятся к табличному умножению и делению;

б) рассматриваются случаи, которые сводятся к нетабличному умножению и делению без перехода через разряд.

2. Умножение и деление трехзначных чисел на однозначное число без перехода через разряд.

3. Умножение десяти и ста, умножение на десять и сто.

4. Деление на десять и сто:

- письменное умножение и деление в пределах 1000;

- умножение и деление на однозначное число с переходом через разряд;

- умножение двухзначного числа на однозначное с переходом через разряд в разряде десятков или единиц;

- умножение двухзначного числа на однозначное с переходом через разряд в разряде единиц и десятков;

- умножение трехзначного числа на однозначное число с переходом через разряд в одном разряде - единиц или десятков;

- умножение трехзначного числа на однозначное число с переходом через разряд в двух разрядах - единиц и десятков

- особый случай умножения - первый множитель - трехзначное число с нулем на конце или в середине;

- умножение двухзначного числа на круглые десятки.

Деление изучается в такой последовательности.

1. Число сотен, десятков и единиц делитель без остатка на делитель.

2. Число сотен делится на делитель без остатка, а число десятков без остатка на делитель не делится.

3. Число сотен не делится без остатка на делитель.

4. Число сотен делимого меньше числа единиц делителя, в частном получается двухзначное число.

5. Особый случай деления, когда в частном на конце или в середине получается ноль.

6. Деление на круглые десятки.

Сложение и вычитание многозначных чисел.

Сложение и вычитание многозначных чисел, кроме случаев, указанных выше, выполняются приемами письменных вычислений. Основой алгоритмов сложения и вычитания чисел любого класса является поразрядное сложение и вычитание.

Умножение и деление многозначных чисел.

Умножение и деление многозначных чисел представляет гораздо больше трудностей, чем сложение и вычитание. Это связано с тем, что ученики не твердо знают таблицу умножения. Даже те учащиеся, которые запоминают таблицу умножения, затруднялись применить её при решении примера с многозначными числами, то есть актуализировать свои знания и использовать их.

Трудности возникают и тогда, когда надо единицы высшего разряда перевести в низший разряд, удержать их в памяти. Неумение долгое время сосредоточить внимание на выполнении действия приводит к тому, что учащиеся низшие разряды числа умножают правильно, а при умножении высших разрядов допускают ошибки.

ПРИЕМЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ.

1. Присчитывание и отсчитывание единицы

М. 1 кл. (I – III) стр. 28

В подготовительный период обучения учащиеся знакомятся с образованием каждого нового числа в пределах 10 путем присчитывания 1 к предыдущему, решая примеры вида: $\square \pm 1$.

Рассуждение: $8 - 1 = \square$. Назову число, стоящее перед числом 8. Это 7. Значит $8 - 1 = 7$.

$8 + 1 = \square$. Назову число, стоящее за (после) числом 8. Это 9. Значит $8 + 1 = 9$.

Рассуждение дается, опираясь на знания расположения числа в натуральном ряду.

Эти знания обобщаются и на первом же уроке при работе над темой: "Сложение и вычитание в пределах 10", при ознакомлении учащихся с вычислительным приемом – присчитывание и отсчитывание 1, учащиеся под руководством учителя составляют 2 таблицы:

$\square + 1$ и $\square - 1$, которые заучиваются учащимися и отрабатываются на всех следующих уроках. Работая по иллюстрации учебника, учащиеся составляют таблицу $\square + 1$, где убеждаются, что ПРИ ПРИБАВЛЕНИИ 1 К ЧИСЛУ, РЕЗУЛЬТАТ УВЕЛИЧИВАЕТСЯ, а при $\square - 1$ – РЕЗУЛЬТАТ УМЕНЬШАЕТСЯ.

Знания таблицы отрабатываются на числовом ряду, данном на ученической линейке, работая по которой ученик дает рассуждение:

$8 - 1$ – сделаю "шаг назад" и назову число, стоящее перед числом 8. Это 7. Значит $8 - 1 = 7$.

$8 + 1$ – сделаю "шаг вперед" и назову число, стоящее за числом 8. Это 9. Значит $8 + 1 = 9$.

На следующих уроках учащиеся линейкой не пользуются, поэтому рассуждают так:

$8 - 1$ – назову число, предыдущее 8. Это 7. значит $8 - 1 = 7$.

$8 + 1$ – назову последующее числу 8. Это 9. Значит $8 + 1 = 9$.

$\square \pm 1$ является опорой для сложения и вычитания всех остальных чисел.

ВЫВОД: присчитывание и отсчитывание используем тогда, когда к числу надо $+ 1$ или $- 1$.

2. Присчитывание и отсчитывание по единице и группами для случая $\square \pm 2, 3, 4$.

Подготовкой к рассмотрению этого приема является состав чисел 2, 3, 4.

Для $\square \pm 2$ – стр. 29.

$2 = 1 + 1$ – это по единице

Для $\square \pm 3$ – стр. 38

$3 = 1 + 1 + 1$ – по 1

$3 = 2 + 1$ группами

$3 = 1 + 2$

Для $\square \pm 4$ – стр. 44

$4 = 1 + 1 + 1 + 1$ – по 1

$4 = 3 + 1$

$4 = 1 + 3$ группами

$4 = 2 + 2$ самый удобный способ

Объяснение:

$\square \pm 2$ – стр. 30

Рассуждение: $\underline{6+2}$ $\underline{9-2}$

$6 + 1 = 7 \quad 9 - 1 = 8$

$7 + 1 = 8 \quad 8 - 1 = 7$

$\underline{6+2=8} \quad \underline{9-2=7}$

стр. 31 – 35 – тренировочные упражнения

$\square \pm 3$ – стр. 38

Рассуждения: $\underline{6+3}$ $\underline{6+3}$

$6 + 2 = 8 \quad 6 + 1 = 7$

$8 + 1 = 9 \quad 7 + 2 = 9$

$\underline{6+3=9} \quad \underline{6+3=9}$

Аналогично $\square - 3$

стр. 39 – 40 – тренировочные упражнения

$\square \pm 4$ – стр. 44

Рассуждения: $\underline{9-4}$ $\underline{9-4}$ $\underline{9-4}$

$9 - 1 = 8 \quad 9 - 3 = 6 \quad 9 - 2 = 7$

$8 - 3 = 5 \quad 6 - 1 = 5 \quad 7 - 2 = 5$

$\underline{9-4=5} \quad \underline{9-4=5} \quad \underline{9-4=5}$

Аналогично $\square + 4$

стр. 44 – тренировочные упражнения

Выполняя тренировочные упражнения, подводим учащихся к составлению и заучиванию ТАБЛИЦ: $\square \pm 2$ стр. 36

$\square \pm 3$ стр. 41

$\square \pm 4$ стр. 45

Стр. 46 – закрепление всех рассмотренных случаев на $\square \pm 2, 3, 4$.

3. Сложение основанное на переместительном законе сложения для случаев $\square + 5, 6, 7, 8, 9$.

Подготовительная работа включает:

- 1) задания по ознакомлению учащихся с переместительным законом сложения. стр. 47
- 2) знакомство с названиями компонентов (чисел, с которыми производится действие) и результат действия сложения. стр 34

Объяснение:

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & + & 1 & = & 3 \\ 1 - \text{е слагаемое} & & 2 - \text{е слагаемое} & & \text{сумма} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & + & 2 & = & 3 \\ 1 - \text{е слагаемое} & & 2 - \text{е слагаемое} & & \text{сумма} \end{array}$$

- Чем похожи эти примеры? (одинаковые числа и действия, слагаемые поменялись местами, стоят на разных местах.)
- А результат? (остался без изменений)
- Значит можно сказать **ОТ ПЕРЕСТАНОВКИ МЕСТ СЛАГАЕМЫХ СУММА НЕ ИЗМЕНЯЕТСЯ!!!**

Выполняем тренировочные упражнения, включая пары примеров (стр. 47 № 1,2).

№ 1 $5 + 3 =$
 $3 + 5 =$

Вывод: удобнее к большему числу прибавлять меньшее.

Следовательно, переместительный закон сложения необходим нам при решении примеров вида:

$\square + 5, 6, 7, 8, 9$ – стр.48

Объяснение: $1 + 6 = \square$ Удобнее поменять местами. $6 + 1 = 7$, следовательно и $1 + 6 = 7$, основываясь на переместительном законе сложения.

Учащимся такое рассуждение дают устно, а в тетрадях записывают пример в том виде, как он дан в учебнике.

$2 + 7 = 9$ $4 + 6 = 10$ $1 + 8 = 9$
 $3 + 5 = 8$ $3 + 7 = 10$ $2 + 6 = 8$

4. Вычитание, основанное на знании состава числа и знании связи между компонентами и результатом действия сложения.

Для случаев вида $\square - 5, 6, 7, 8, 9$ (стр.54 – 59)

В подготовительную работу включить:

1) знание состава числа

$10 = 9 + 1$	$10 = 4 + 6$
$10 = 8 + 2$	$10 = 3 + 7$
$10 = 7 + 3$	$10 = 2 + 8$
$10 = 6 + 4$	$10 = 1 + 9$
$10 = 5 + 5$	

2) знание связи между компонентами и результатом действия сложения, т.е. правило нахождения неизвестного слагаемого.

1 слагаемое = сумма – 2 слагаемое

2 слагаемое = сумма – 1 слагаемое

Стр. 34 – название компонентов и результат действия сложения

3 – слагаемое
 2 – слагаемое
 5 – сумма

$3 + 2 = 5$
 три два пяти

Сумма чисел три и два равна пяти

$3 + 2$ – сумма

Стр. 51 – связь между компонентами и результатом действия сложения, т.е. нахождение неизвестного слагаемого.

3	$+$	2	$=$	5
1 слагаемое		2 слагаемое		сумма
		компоненты		результат
5	$-$	3	$=$	2
сумма		1 слагаемое		2 слагаемое

ВОПРОСЫ:

1. Чем являлось число 5 в первом примере? (суммой)
2. Чем являлось число 3 в первом примере? (1 слагаемым)
3. А число 2? (2 слагаемым)
4. Как же найти второе слагаемое? (надо из суммы вычесть 1 слагаемое)

Аналогично идет работа над следующим примером. $5 - 2 = 3$
 сумма 2 слагаемое 1 слагаемое

Обобщаю два эти правила: ЧТОБЫ НАЙТИ ОДНО ИЗ СЛАГАЕМЫХ, НАДО ИЗ СУММЫ ВЫЧЕСТЬ ДРУГОЕ СЛАГАЕМОЕ.

Для усвоения этого правила полезно решать тройки примеров.

$4 + 2 = 6$	$4 + 3 = \square$	$1 + 2 = \square$
$6 - 2 = \square$	$\square - 4 = \square$
$6 - 4 = \square$	$\square - 3 = \square$

Эти задания необходимы учащимся для правильного рассуждения при решении примеров вида $\square - 5, 6, 7, 8, 9$. (стр. 54–59)

$$10 - 5 = \square$$

$10 = 5 + 5$ – состав числа

$10 - 5 = 5$ – нахождение 1 из слагаемых (связь между слагаемым и суммой).

$10 - 6 = \square$	$10 - 7 = \square$	$10 - 8 = \square$	$10 - 9 = \square$
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

$10 = 6 + 4$	$10 = 7 + 3$	$10 = 8 + 2$	$10 = 9 + 1$
--------------	--------------	--------------	--------------

$10 - 6 = 4$	$10 - 7 = 3$	$10 - 8 = 2$	$10 - 9 = 1$
--------------	--------------	--------------	--------------

Рассуждение: $10 -$ это 9 до 1 или $10 -$ это сумма девяти и одного. Если из этой суммы девяти и одного вычесть девять, то останется один $\Rightarrow 10 - 9 = 1$

Самостоятельная работа.

Дать устные рассуждения при решении примеров.

1) $\square \pm 2, 3, 4$	2) $\square + 5, 6, 7, 8, 9$	3) $\square - 5, 6, 7, 8, 9$	4) $\square \pm 1$
$8 - 4 = 4$	$1 + 8 = 9$	$9 - 7 = 2$	$9 + 1 = 10$
$7 + 2 = 9$	$3 + 6 = 9$	$8 - 6 = 2$	$9 - 1 = 8$
$9 - 3 = 6$	$4 + 6 = 10$	$8 - 5 = 3$	$3 + 1 = 4$

Почему все эти примеры расписаны в 4 столбика? По какому признаку каждый столбик характеризует какой – либо прием вычисления: 2 – см.3, 3 – см. 4, 1 – см. 2, 4 – см. 1.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПРЕДЕЛАХ 100.

ПРОГРАММНЫЕ ЗАДАЧИ.

1. Учащиеся должны научиться осознанно выполнять сложение и вычитание любых чисел в пределах 100.
2. Твердо усвоить табличные случаи сложения и вычитания в пределах 20 с переходом через десяток.
3. Усвоить ряд теоретических вопросов.

Для решения этих задач учащиеся должны хорошо знать:

- нумерацию чисел в пределах 10
- таблицу сложения и соответствующий случай вычитания
- усвоить свойства арифметических действий:
 - а) прибавление числа к сумме $(a + b) + c$
 - б) прибавление суммы к числу $a + (b + c)$
 - с) и другие

Сложение и вычитание в пределах 100 рассматриваются в следующем порядке:

I. Сложение и вычитание, основанные на знании нумерации.

1. Сложение и вычитание единицы $\square \pm 1$.

$$44 - 1 = 43 \text{ - предыдущее число}$$

$$84 + 1 = 85 \text{ - последующее число}$$

Знания: расположение числа в натуральном ряду.

2. Сложение и вычитание круглых чисел (стр. 120, М-ка 1-3)

$$40 + 20 = \square$$

$$4 \text{ дес.} + 2 \text{ дес.} = 6 \text{ дес.}$$

$$6 \text{ дес.} = 60 \text{ ед.} \Rightarrow 40 + 20 = 60$$

Знания: разрядный состав числа, сложение и вычитание в пределах 10.

3. Сложение и вычитание, основанные на поместном значении цифры (стр. 116)

$$20 + 5 = 25$$

Помощь – цифровые карточки

$$25 - 20 = 5$$

$$25 - 5 = 20$$

вания : разрядный состав числа, поместное значение цифры: каждая цифра занимает своё разрядное место в числе.

II. Сложение и вычитание однозначных чисел с переходом через десяток (в пределах 20). Учащиеся должны усвоить эти табличные случаи. Решение этих примеров основано на знании приёма округления.

СЛОЖЕНИЕ (стр. 81 –89)

В подготовительную работу включить:

- состав числа $5 = 4 + 1, 5 = 2 + 3, 5 = 3 + 2, 5 = 1 + 4$
- Дополнение данного числа до 10.

$$10 = 5 + \square$$

$$10 = 8 + \square$$

$$10 = 6 + \square$$

$$10 = 9 + \square$$

$$10 = 7 + \square$$

При объяснении использовать наборное полотно с кармашками (2 ряда по 10 карманов + наборы геометрических фигур).

α									
α	α								

$$9 + 3 = \square$$

$$9 + 3$$

$$9 + 1 + 2 = 10 + 2 = 12$$

Выставлено 9 кружочков и к ним на первый ряд добавлено еще один α . Для того, чтобы получить 10, мы к девяти прибавим один, а надо три, значит, к десяти я прибавляю ещё два $\alpha\alpha$.

$$10 + 2 = 12 \Rightarrow 9 + 3 = 12$$

При решении таких примеров используем схему – "лучики", с помощью которой показываем разложение второго слагаемого на сумму удобных слагаемых, одно из которых дополнит первое число до 10.

$$8 + 5 = 8 + 2 + 3$$

$$\begin{array}{l} / \quad \backslash \\ 2 \quad 3 \end{array}$$

Рассуждение: $8 + 5 = \square$

- Сначала к восьми прибавляю два, чтобы получить десять. Прибавили два, а надо пять, значит, к десяти прибавляю ещё три. $10 + 3 = 13 \Rightarrow 8 + 5 = 13$
- За меню число пять суммой удобных слагаемых, одно из которых дополнит 8 до 10. ôî два, значит, пять – это сумма двух и трёх. Сначала к 8 прибавляю 2. Получу 10. Затем $10 + 3 = 13 \Rightarrow 8 + 5 = 13$

ВЫЧИТАНИЕ (стр. 93)

Вычитание – действие противоположное сложению.

III. Решение примеров, основанных на знании приемов, свойств и законов арифметических действий.

ПРИЕМЫ:

- Замена числа суммой разрядных слагаемых:

$$48 - 20 = 28$$

$$\begin{array}{r} / \quad \backslash \\ 40 \quad 8 \end{array}$$

4 дес. 8 ед.

2. Замена числа суммой удобных слагаемых

$$60 - 7 = 53$$

$$\begin{array}{r} / \quad \backslash \\ 50 \quad 10 \end{array}$$

$$32 - 8 = 24$$

$$\begin{array}{r} / \quad \backslash \\ 2 \quad 6 \end{array}$$

3. Прием округления

$$47 + 8 = 55$$

$$\begin{array}{r} / \quad \backslash \\ 50 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

$$32 - 8 = 24$$

$$\begin{array}{r} / \quad \backslash \\ 30 \quad 2 \quad 6 \end{array}$$

1) $32 - 10 = 22$

2) $22 + 2 = 24$

1) $47 + 10 = 57$

2) $57 - 2 = 55$

СВОЙСТВА.

Работа над всеми свойствами идет по плану:

1. Решение выражения разными способами.
2. Решение выражения удобным способом.
3. Виды примеров, решение которых основано на знании данного свойства.

Решая примеры с объяснением, учащиеся при рассуждении пользуются ПАМЯТКОЙ:

1. Заменяю число суммой удобных слагаемых или суммой разрядных слагаемых.
2. Получила выражение (к сумме 8 и 3 прибавить 2).
3. Удобнее к 8 прибавить 2, а затем к полученному результату прибавить 3).
4. Ответ. (Сумма равна 13 – тринадцати). Числительные склоняются!

I. Прибавить числа к сумме.

М. 1 кл. (I – III) – стр. 122

(a + b) + c

сумма число

$(4 + 3) + 2$ – к сумме четырех и трех прибавить два.

К сумме чисел четыре и три прибавить два.

В дальнейшем $(4 + 3) + 2$

1-е	2-е
слагаемое	слагаемое
выражено	число
суммой	

Найти сумму, где 1-е слагаемое выражено суммой четырех и трех, а 2-е слагаемое – число два.

Рассмотрим работу над свойством по указанному выше плану:

1) Решение выражено разными способами.

Используем иллюстрацию.

1-й способ $(4 + 3) + 2 = 7 + 2 = 9$

2-й способ $(4 + 3) + 2 = (4 + 2) + 3 = 6 + 3 = 9$

3-й способ $(4 + 3) + 2 = 4 + (3 + 2) = 4 + 5 = 9$

2) Решение выражения удобными способами. (стр. 122)

$$(8 + 6) + 2 = (8 + 2) + 6 = 10 + 6 = 16$$

1 слаг. число

$$(9 + 7) + 3 = 9 + (7 + 3) = 9 + 10 = 19$$

$$(40 + 20) + 8 = 60 + 8 = 68$$

$$(12 + 28) + 30 = 60$$

3) Виды примеров, решение которых основано на знании данного свойства (стр. 124, 125).

$34 + 20$ – прибавление круглого числа к данному.

$34 + 2$ – прибавление однозначного числа к двузначному.

$26 + 4$ – прибавление однозначного числа к двузначному, получаю круглое число.

Чтобы доказать, что при их решении используется рассмотренное нами свойство прибавление числа к сумме, решаем эти примеры с объяснением, используя памятку:

$$34 + 20 = \square$$

1. Заменяю 34 суммой разрядных слагаемых 30 и 4.

$$34 = (30 + 4)$$

2. Получила математическое выражение.

К сумме 30 и 4 прибавить число 20 .

$$\dots = (30 + 4) + 20$$

3. Удобнее к 1 слагаемому 30 прибавить число 20 и к полученному результату прибавить 2 слагаемое 4

ИЛИ

Удобнее сначала сложить десятки, а затем к полученному результату прибавить единицы.

$$= (30 + 20) + 4$$

4. Ответ: сумма 50 и 4 равна 54.

$$= 50 + 4 = 54$$

Такое рассуждение учащиеся дают устно, а в тетрадях запись:

$$34 + 20 = (30 + 4) + 20 = (30 + 20) + 4 = 50 + 4 = 54$$

св-во сложения
числа и суммы

$$34 + 2 = (30 + 4) + 2 = 30 + (4 + 2) = 36$$

$$26 + 4 = (20 + 6) + 4 = 20 + (6 + 4) = 20 + 10 = 30$$

Усвоив такое подробное рассуждение, при решении примеров предлагаем учащимся использовать в работе схему – "лучики".

$$\begin{array}{ccc} 34 + 20 = 54 & 34 + 2 = 36 & 26 + 4 = 30 \\ / \quad \backslash & / \quad \backslash & / \quad \backslash \\ 30 \quad 4 & 30 \quad 4 & 20 \quad 6 \end{array}$$

Сформировав эти умения, используем подчёркивания.

$$\underline{3}4 + \underline{2}0 = 54 \quad \underline{3}4 + \underline{2} = 36 \quad \underline{2}6 + \underline{4} = 30$$

Удобнее: дес. + дес., ед. + ед.

Приходим к конечному результату работы:

$$34 + 20 = 54 \quad 34 + 2 = 36 \quad 26 + 4 = 30$$

Аналогично рассмотрим работу над всеми другими свойствами.

М. 1 кл.(I – III) – стр. 126

II. Вычитание числа из суммы.

$$(a + b) - c$$

$(4 + 3) - 2$ - из суммы чисел 4 и 3 вычесть число 2.

В дальнейшем $(4 + 3) - 2$

уменьшаемое
число выражено
суммой

Найти разность, где уменьшаемое выражено суммой четырех и трех, а вычитаемое число 2.

Работаем по плану:

1) 1 –й способ $(4 + 3) - 2 = 7 - 2 = 5$

2 –й способ $(4 + 3) - 2 = (4 - 2) + 3 = 2 + 3 = 5$

3 –й способ $(4 + 3) - 2 = 4 + (3 - 2) = 4 + 1 = 5$

2) $(80 + 7) - 20 = (80 - 20) + 7 = 60 + 7 = 67$

$(70 + 9) - 5 = 70 + (9 - 5) = 70 + 4 = 74$

$(5 + 3) - 6 = 8 - 6 = 2$

3) Виды примеров, решение которых основано на знании данного свойства. (стр. 128, 131)

$48 - 30$ - вычитание круглого числа из двузначного

48 – 3 – вычитание однозначного числа из двузначного
 30 – 6 – вычитание однозначного числа из круглого числа
 $48 - 30 = (40 + 8) - 30 = (40 - 30) + 8 = 10 + 8 = 18$

вычитание числа
 из суммы

$48 - 3 = (40 + 8) - 3 = 40 + (8 - 3) = 40 + 5 = 45$
 $30 - 6 = (20 + 10) - 6 = 20 + (10 - 6) = 20 + 4 = 24$

Схема – "лучики"

$48 - \underline{30} = 18$	$48 - \underline{3} = 45$	$30 - \underline{6} = 24$
/ \	/ \	/ \
<u>40</u> 8	40 <u>3</u>	20 <u>10</u>

Подчеркивание

$\underline{48} - \underline{30} = 18$	$\underline{48} - \underline{3} = 45$	$30 - 6 = 24$
----------------------------------------	---------------------------------------	---------------

4) Конечный результат

$48 - 30 = 18$	$48 - 3 = 45$	$30 - 6 = 24$
----------------	---------------	---------------

М. 1 кл.(I – III) – стр. 138

III. Прибавление суммы к числу

$a + (b + c)$

4	+	(2 + 1)
1 слаг.		2 слаг.
число		выражено
		суммой

К числу четыре прибавить сумму двух и одного.

Найти сумму, где 1 – е слагаемое выражено числом, а 2 – е слагаемое выражено суммой.

Работа по плану:

1) 1 – й способ $4 + (2 + 1) = 4 + 3 = 7$
 2 – й способ $4 + (2 + 1) = (4 + 2) + 1 = 6 + 1 = 7$
 3 – й способ $4 + (2 + 1) = (4 + 1) + 2 = 5 + 2 = 7$

2) $48 + (2 + 4) = (48 + 2) + 4 = 50 + 4 = 54$
 $46 + (2 + 4) = (46 + 4) + 2 = 50 + 2 = 52$
 $77 + (3 + 5) = (77 + 3) + 5 = 80 + 5 = 85$

3) стр. 141

$47 + 5$ – прибавление однозначного числа к двузначному с переходом через десяток

$$47 + 5 = 47 + (3 + 2) = (47 + 3) + 2 = 50 + 2 = 52$$

прибавление
 суммы к числу

$$\underline{47} + 5 = 52$$

Ответ: $47 + 5 = 52$

$$\begin{array}{r} / \quad \backslash \\ \underline{3} \quad 2 \end{array}$$

IV. Вычитание суммы из числа

$a - (b + c)$

$$7 - (2 + 1)$$

1 слаг. 2 слаг.

уменьш. выражено
 суммой

- Из семи вычтешь сумму двух и одного.

- Из семи вычтешь сумму два и один.

Найти разность, где 1 – е слагаемое выражено уменьшаемым, а 2 – слагаемое – суммой.

Работа по плану:

1) 1-й способ: $7 - (2 + 1) = 7 - 3 = 4$

2-й способ: $7 - (2 + 1) =$ вычесть все, что находится в скобках, т.е. вычесть 1-е слаг. и 2-е слаг.
 $= (7 - 2) - 1 = 5 - 1 = 4$

3-й способ: $7 - (2 + 1) =$ начнем вычитатъ со 2-го слаг., а затем вычтем 1-е слаг.
 $= (7 - 1) - 2 = 6 - 2 = 4$

2) $23 - (3 + 6) = (23 - 3) - 6 = 20 - 6 = 14$

$45 - (5 + 2) = (45 - 5) - 2 = 40 - 2 = 38$

$(20 + 8) - 3 =$ не подходит, т.к. не то свойство.

3) $42 - 5 = 42 - (2 + 3) = (42 - 2) - 3 = 40 - 3 = 37$

$\underline{42} - 5 = 37$

$\begin{array}{r} / \\ \underline{2} \\ 42 - 5 = 37 \end{array}$

$42 - 5 = 37$

Далее обобщаем изученный материал и предлагаем учащимся решение математических выражений разных свойств. Выполняя эту работу, учащиеся ещё раз убеждаются, что удобнее дес. + дес., ед. + ед., дес. - дес., ед. - ед.

Для закрепления этих правил предлагаем решение примеров вида:

$45 + 12$ прибавление двузначного числа к двузначному

$45 - 12$ вычитание двузначного числа из двузначного.

При их решении учащиеся практически узнают, что при решении примеров используем свойства:

1) прибавление суммы к сумме,

2) вычитание суммы из суммы.

Работа над этим свойством НЕ ИДЁТ по знакомому нам плану, т. к. нет разных способов их решения.

$45 + 12 = (40 + 5) + (10 + 2) = (40 + 10) + (5 + 2) = 50 + 7 = 57$

$45 - 12 = (40 + 5) - (10 + 2) = (40 - 10) + (5 - 2) = 30 + 3 = 33$

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ.

ТАБЛИЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ УМНОЖЕНИЯ ПО ОТНОШЕНИЮ К ДЕЛЕНИЮ.

Подготовкой является ознакомление учащихся с новым арифметическим действием – УМНОЖЕНИЕМ.

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$

$2 \bullet 5 = 10$

Сложение одинаковых слагаемых называют УМНОЖЕНИЕМ.

Вопросы:

1. Чему равно каждое слагаемое этой суммы? (двум)

2. Сколько раз повторяется это слагаемое? (пять)

В таком случае говорят:

Чтобы записать это выражение, надо использовать новое арифметическое действие – умножение.

Точка (●) – знак умножения

Запись: $2 \cdot 5 = 10$

Чтение: 1. Два умножить на пять равно десять.
2. Дважды пять равно десять.

Два – это число, которое показывает чему равно каждое слагаемое данной суммы.

Пять – сколько раз повторяется это слагаемое

Сравним: два умножить на пять или пять умножить на пять.

Эта работа раскрывает **смысл действия умножения**, который сформулирован в правиле:

СЛОЖЕНИЕ ОДИНАКОВЫХ СЛАГАЕМЫХ НАЗЫВАЮТ УМНОЖЕНИЕМ.

Оно лежит в основе составления первого столбика на умножение.

Рассмотрим на таблице умножения числа "2". (стр. 36)

● ● 2
● ● $2 + 2 = 4$
● ● $2 + 2 + 2 = 6$
● ● $2 + 2 + 2 + 2 = 8$
● ● $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$

Выполняя эту работу, учащиеся убеждаются в том, что каждый следующий результат увеличивается на два, это поможет в нахождении следующих результатов: $2 \cdot 5 = 10$

$$2 \cdot 6 = \square \quad 10 + 2 = 12 \Rightarrow 2 \cdot 6 = 12$$

$$2 \cdot 7 = \square \quad 12 + 2 = 14 \Rightarrow 2 \cdot 7 = 14$$

Учащиеся знакомятся с названием компонентов и результатов действия. (стр. 35)

СОМНОЖИТЕЛИ (мы их перемножаем).

1 множитель

2 множитель

8

•

4

=

32

произведение (математическое выражение)

произведение

(значение математического выражения)

В основе составления второго случая умножения лежит знание о связи между компонентами и результатом действия умножения (нахождения неизвестного множителя)(стр.38),переместительном законе умножения, которое сформулировано в правиле:

ОТ ПЕРЕСТАНОВКИ МНОЖИТЕЛЕЙ ПРОИЗВЕДЕНИЕ НЕ ИЗМЕНЯЕТСЯ.

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$2 \cdot 4 = 8$$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$2 \cdot 6 = 12$$

$$2 \cdot 7 = 14$$

$$2 \cdot 8 = 16$$

$$2 \cdot 9 = 18$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$6 \cdot 2 = 12$$

$$7 \cdot 2 = 14$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

$$9 \cdot 2 = 18$$

Перез рассмотрением решения примеров на деление необходимо познакомить учащихся с самим действием делением (см. первую группу простых задач), а затем со связями между компонентами и результатом действия умножения (т.е. нахождение неизвестного множителя) (стр. 48)

$$6 \cdot 3 = 18$$

1 множитель 2 множитель произведение

Составьте два примера на деление, используя эти числа.

$$18 : 3 = 6$$

произведение 2 множитель 1 множитель

Чем являлось число 18, 3, 6 в первом примере?

$$18 : 6 = 3$$

произведение 2 множитель 1 множитель

Обобщая случаи нахождения 1 и 2 множителей, выводим правило:

ЕСЛИ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ РАЗДЕЛИТЬ НА ОДИН ИЗ МНОЖИТЕЛЕЙ, ТО ПОЛУЧИМ ДРУГОЙ МНОЖИТЕЛЬ.

Оно и поможет нам составить 2 примера на деление (стр. 51, № 235)

$2 \cdot 2 = 4$

$4 : 2 = 2$

$2 \cdot 3 = 6$

$6 : 2 = 3$

$6 : 3 = 2$

$2 \cdot 4 = 8$

$8 : 2 = 4$

$8 : 4 = 2$

$2 \cdot 5 = 10$

$10 : 2 = 5$

$10 : 5 = 2$

$2 \cdot 6 = 12$

$12 : 2 = 6$

$12 : 6 = 2$

$2 \cdot 7 = 14$

$14 : 2 = 7$

$14 : 7 = 2$

$2 \cdot 8 = 16$

$16 : 2 = 8$

$16 : 8 = 2$

$2 \cdot 9 = 18$

$18 : 2 = 9$

$18 : 9 = 2$

Аналогичная работа и при составлении всех других таблиц: стр. 74 – на 3, стр. 82 – на 4, стр. 88 – на 5, стр. 95 – на 6, стр. 100 – на 7, стр. 104 – на 8, стр. 107 – на 9, стр. 110 – обобщение всех таблиц.

При умножении нуля на любое число получается ноль.

ЗАПОМНИ: ПРИ УМНОЖЕНИИ ЛЮБОГО ЧИСЛА НА НУЛЬ, ПОЛУЧАЕТСЯ НУЛЬ.

$2 \cdot 0 = 0$

$9 \cdot 0 = 0$

Доказательство:

Сначала вводится случай умножения нуля на любое число ($0 \cdot 2$). Результат учащиеся находят сложением ($0 \cdot 2 = 0 + 0 = 0$).

I: Если второй множитель равен 0, то результат нельзя найти сложением, нельзя использовать и перестановку множителей, т.к. это новая область чисел, в которой переместительное свойство умножения не раскрывалось. Поэтому получаем второе правило.

II: **ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЛЮБОГО ЧИСЛА НА НУЛЬ СЧИТАЮТ РАВНЫМ НУЛЮ.**

$146 \cdot 0 = 0$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА.

1. Решить с объяснением, указать, какие знания необходимы учащимся при решении примера:
 $(54 + 36) : 3 = 30$

ЗНАНИЯ: порядок выполнения действий, свойства деления суммы на число, прием – замена числа суммой разрядных слагаемых (5 дес. 4 ед., 3 дес. 6 ед. или $54 = 50 + 4$), поразрядное сложение (5 дес. + 3 дес.), таблица – случаи сложения в пределах 10 (4 ед. + 6 ед.), табличный случай деления, разрядный состав числа (3 дес. = 30 ед.).

2. $81 - 8 \cdot 3 : 4 = 75$

ЗНАНИЯ: дополнение – замена числа суммой удобных слагаемых ($1 + 5$), прием – округления ($81 - 1$), замена числа суммой удобных слагаемых ($7 \text{ дес.} + 1 \text{ дес.}$), табличный случай вычитания ($1 \text{ дес.} - 5 \text{ ед.}$).

3. $60 - 7 \cdot 7 + 39 = 50$

ЗНАНИЯ: Прием округления (49 дополню до 50) $\Rightarrow 60 - 50 + 1$

ВНЕТАБЛИЧНОЕ УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ В ПРЕДЕЛАХ 100.

Программные задачи:

1. Познакомить учащихся с частными случаями, и дать правило этих случаев ($a \cdot 1 = a$).
2. Знакомство с делением с остатком.
3. Раскрыть свойства вычисления:
 - а) умножение суммы на число $(a + b) \cdot c$
 - б) деление суммы на число $(a + b) : c$
4. Научить учащихся правильно рассуждать при решении примеров вида:
 - а) умножение двузначного числа на однозначные ($23 \cdot 4$)
 - б) умножение однозначного числа на двузначное ($4 \cdot 23$)
 - в) деление двузначного числа на однозначное ($46:2, 48:3, 70:2$)

Частные случаи умножения и деления.

I: Умножение единицы на число. М – II (стр. 61)

$$1 \cdot a = a$$

$$1 \cdot 2 = 1 + 1 = 2$$

$$1 \cdot 2 = 2$$

Правило: при умножении единицы на число получается то число, на которое умножаем.

Доказали, опираясь на "умножение – сумма одинаковых слагаемых".

II: Умножение числа на единицу. М – II (стр. 62)

$$a \cdot 1 = a$$

$$3 \cdot 1 = 3$$

$$45 \cdot 1 = 45$$

а) $45 \cdot 1$ – это значит, что число 45 взять 1 раз, получим 45 .

$$1 \cdot 3 = 3$$

$$3 \cdot 1 = 3$$

б) применяем переместительный закон умножения $1 \cdot 3$ и получаем ранее рассмотренный случай, $1 \cdot a = a$, поэтому и $a \cdot 1 = a \Rightarrow 3 \cdot 1 = 3$.

Правило: при умножении любого числа на единицу, получаем то число, которое умножаем.

Обобщаем 2 рассмотренных случая и выводим общее правило:

Если один из сомножителей равен 1, то произведение равно другому сомножителю.

III: Деление числа на единицу.

$$a : 1 = a$$

$$5 : 1 = \square \Rightarrow \square * 1 = 5 \Rightarrow 5 \Rightarrow 5 : 1 = 5$$

Подберу такое число, которое при умножении на единицу дает число 5.

Мы знаем случай $a * 1 = a \Rightarrow$ если один из множителей единица, то произведение равно другому множителю. Значит 1-ый множитель = 5, отсюда $5 : 1 = 5$.

Это доказательство дали, опираясь на связь между компонентами и результатом действия деления (нахождение неизвестного делимого).

Правило: При делении любого числа на единицу в частном получается то число, которое делим.

Значение 3-х рассмотренных случаев ($1 * a = a$, $a * 1 = a$) необходимо учащимся при решении примеров вида: $10 * 4$, $4 * 10$, $40 : 4$, $40 : 10$.

$$10 * 4 = \square$$

$$1 \text{ дес.} * 4 = 4 \text{ дес.} = 40 \text{ ед.} \Rightarrow 10 * 4 = 40$$

$$a * 1$$

$$4 * 10 = 40$$

$$1 * a$$

$$40 : 4 = \square$$

$$4 \text{ дес.} : 4 = 1 \text{ дес.} = 10 \text{ ед.}$$

$$4 * 10 = \square$$

$$4 * 1 \text{ дес.} = 4 \text{ дес.} = 40 \text{ ед.}$$

$$a : a = 1$$

$$40 : 4 = 10$$

Правило: При делении чисел на само это число, частное равно 1.

$$40 : 10 = \square$$

$$4 \text{ дес.} : 1 \text{ дес.} = 4 \Rightarrow 40 : 10 = 4$$

$$a : 1 = a$$

Узнаем сколько раз по одному десятку содержится в четырех десятках – 4 раза.

В дальнейшем учащиеся знакомятся с правилами:

1. Чтобы число умножить на 10 или 10 умножить на число, достаточно к числу справа приписать 0.

$$5 * 10 = 50, 10 * 18 = 180 \text{ (аналогично на } 100 - 2 \text{ нуля, на } 1000 - 3 \text{ нуля)}$$

$$150 * 100 = 15\,000$$

$$375 * 1\,000 = 375\,000$$

2. Чтобы разделить число на 10, 100, 1000 достаточно в делимом справа закрыть столько цифр, сколько 0 в делителе.

$$450 : 10 = 45$$

$$457 : 10 = 45 \text{ (ост. } 7)$$

$$486 : 100 = 4 \text{ (} 86)$$

$$97\,000 : 1000 = 97$$

IV: Умножение нуля на число.

$$0 * a = 0$$

$$0 * 2 = 0$$

$$0 * 12 = 0$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 0 + 0 + \dots + 0 \text{ (12 раз)} = 0$$

Умножение – сумма одинаковых слагаемых.

Правило: При умножении нуля на любое число получается нуль.

V: Умножение числа на нуль.

$$a * 0 = 0$$

$$3 * 0 = \square$$

Используя переместительный закон умножения, получаем рассмотренный ранее случай.

$$0 * 3 = 0 \Rightarrow 3 * 0 = 0$$

Правило: При умножении любого числа на нуль получается нуль.

VI: Деление нуля на число.

$$0 : a = 0$$

Рассматривается на основе связи между компонентами и результатом действия деления.

$$0 : 6 = \square \Rightarrow \square * 6 = 0 \Rightarrow 0 \Rightarrow 0 : 6 = 0$$

$0 : 6 = \square$ - подберу такое число (частное), которое при умножении на делитель 6 дало бы делимое, равное 0.

Мы знаем, произведение равно 0, когда один из множителей равен нулю, значит неизвестное число равно 0, поэтому $0 : 6 = 0$.

Правило: При делении нуля на любое другое число получается нуль.

ДЕЛИТЬ НА 0 НЕЛЬЗЯ!!!

$$a : 0$$

$$6 : 0 = \square \Rightarrow \square * 0 = 6 \Rightarrow 6 : 0$$

Найду такое число, которое при умножении на нуль дало бы 6. Такого числа нет \Rightarrow делить на нуль нельзя.

$$0 * 6 : 2 = 0$$

$$25 * 0 = 0$$

$$0 : 8 * 4 = 0$$

$$13 * 1 = 13$$

$$1 * 4 < 1 + 4$$

$$0 : 7 < 0 + 7$$

VII: Деление с остатком.

μ ξ μ ξ μ ξ μ ξ μ ξ μ

Сколько раз по 2 кружка получили? (пять раз)

Сколько осталось кружков без пары? (один)

$$11 : 2 = 5 \text{ (ост. 1)}$$

$$10 : 2 = 5$$

$$11 : 2 = 5 \text{ (ост. 1)}$$

Правило: При делении остаток всегда должен быть меньше делителя.

$$23 : 4 = (20 + 3) : 4 = (20 : 4) + 3 \text{ (ост.)} = 5 \text{ (ост. 3)}$$

В дальнейшем решаем примеры без наглядности, используя рассуждения.

Самое большое число до 23, которое делится на 4 без остатка – это 20. $20 : 4 = 5$. Надо разделить 23, а разделили 20. Узнаем, сколько осталось разделить $23 - 20 = 3$. Сравню оставшееся число с делителем. Значит 3 меньше 4 \Rightarrow 3 – остаток.

$$23 : 4 = 5 \text{ (ост. 3)}$$

Решение примеров, основанных на приемах и свойствах арифметических действий.

ПРИЁМЫ:

1. замена числа суммой разрядных слагаемых.

$$\begin{array}{r} 23 * 4 = 92 \\ / \quad \backslash \\ 20 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 : 2 = 23 \\ / \quad \backslash \\ 40 \quad 6 \end{array}$$

2. замена числа суммой удобных слагаемых.

$$\begin{array}{r} 48 : 3 = 16 \\ / \quad \backslash \\ 30 \quad 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 : 2 = 35 \\ / \quad \backslash \\ 60 \quad 10 \end{array}$$

СВОЙСТВА:

1. умножение суммы на число (стр. 121)

$$(a + b) * c$$

1) решение разными способами

$$(6 + 4) * 3 = 6 * 3 + 4 * 3 = 18 + 12 = 30$$

$$(6 + 4) * 3 = 10 * 3 = 30$$

2) решение удобными способами

$$(10 + 2) * 8 = 10 * 8 + 2 * 8 = 80 + 16 = 96$$

$$(9 + 1) * 7 = 10 * 7 = 70$$

3) решение примеров вида

$23 * 4$ – умножение двузначного числа на однозначное

$$23 * 4 = (20 + 3) * 4 = 20 * 4 + 3 * 4 = 80 + 12 = 92$$

$$23 * 4 = 92$$

Десятки умножим на число, единицы умножим на число, и полученные результаты сложим, т.е. выполним поразрядное умножение.

Эти же знания используем и при решении примера вида $4 * 23$, предварительно используя переместительный закон умножения.

$$4 * 23 = 23 * 4 = 92$$

$$4 * 23 = 92$$

ВЫВОД: при решении примеров вида умножение двузначного числа на однозначное, умножение однозначного на двузначное используем поразрядное умножение.

2. Деление суммы на число

$$(a + b) : c$$

1) решение разными способами.

$$(6 + 9) : 3 = 6 : 3 + 9 : 3 = 2 + 3 = 5$$

$$(6 + 9) : 3 = 15 : 3 = 5$$

2) решение удобным способом

$$(8 + 12) : 4 = 20 : 4 = 5$$

$$(70 + 14) : 7 = 70 : 7 + 14 : 7 = 10 + 2 = 12$$

3) решение примеров вида

$$46 : 2$$

$$48 : 3$$

$$70 : 2$$

деление двузначного числа на однозначное

$$46 : 2 = (40 + 6) : 2 = 40 : 2 + 6 : 2 = 20 + 3 = 23$$

$$46 : 2 = 23$$

$$\begin{array}{r} / \backslash \\ 40 \quad 6 \\ 4\bar{6} : \bar{2} = 23 \end{array}$$

поразрядное деление

$$48 : 3 = (30 + 18) : 3 = 30 : 3 + 18 : 3 = 10 + 6 = 16$$

$$48 : 3 = 16$$

$$\begin{array}{r} / \backslash \\ 30 \quad 18 \end{array}$$

Заменяю число 48 суммой удобных слагаемых, одно из которых – наиболее крупное число, делящееся на 3. Это 30.

$$70 : 2 = (60 + 10) : 2 = 60 : 2 + 10 : 2 = 30 + 5 = 35$$

$$70 : 2 = 35$$

$$\begin{array}{r} / \backslash \\ 60 \quad 10 \end{array}$$

↓

наиболее круглое число к 70.

$$27 * 3 = 81$$

$$62 : 2 = 31$$

$$6 * 14 = 84$$

$$84 : 3 = 28$$

$$90 : 5 = 18$$

$$60 : 5 = 12$$

При решении примеров вида $68 : 17$ – деление двузначного числа на двузначное используем прием подбора.

$$68 : 17 = \square \Rightarrow \square * 17 = 68$$

$$2 * 17 = 34 \Rightarrow 2 - \text{не подходит}$$

$$3 * 17 = 51 \Rightarrow 3 - \text{не подходит}$$

$$4 * 17 = 68 \Rightarrow 4 - \text{подходит}$$

$$68 : 17 = 4$$

Обобщим виды примеров, при решении которых используем приемы, свойства и законы арифметических действий.

К ним относятся:

- умножение двузначного числа на однозначное ($23 * 4$)
- умножение однозначного числа на двузначное ($4 * 23$)
- деление двузначного числа на однозначное
- деление двузначного числа на двузначное

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В РАЗДЕЛЕ "ТЫСЯЧА".

Программные задачи:

1. Закрепить теоретические знания, приобретенные учащимися при работе в разделе "СОТНЯ" с целью использования их на области трехзначных чисел (знание законов, свойств, приемов)
2. Сформировать практические умения и навыки при работе с трехзначными числами.

Все полученные знания, умения и навыки при работе с двухзначными числами переносим на трехзначные числа, т.е. зная законы, свойства и приемы, оба изученные в разделе "СОТНЯ" учим детей применять при решении конкретных примеров с трехзначными числами.

1. Сложение круглых чисел.

$$600 + 300 = \square$$

$$6 \text{ с.} + 3 \text{ с.} = 9 \text{ с.}$$

$$9 \text{ с.} = 900 \text{ ед.}$$

$$600 + 300 = 900$$

Знания: состав числа, сложение в пределах 10 (аналогично и на вычитание)

2. Сложение и вычитание.

$986 + 1 = \square$ назову последующее число числу 986. Это 987.

$$986 + 1 = 987$$

$560 - 1 = \square$ назову предыдущее число числа 560. Это 559.

$$560 - 1 = 559$$

3. Поместное значение цифры.

$$400 + 60 = 460$$

$$460 + 8 = 468$$

$$400 + 68 = 468$$

$$468 - 460 = 8$$

$$468 - 68 = 400$$

$$468 - 400 = 68$$

I. Решение этих примеров (1, 2, 3) основано на знании нумерации:

1. знание разрядного состава числа (1 – 3)
2. сложение и вычитание в пределах 10 (1, 2)
3. расположение чисел в натуральном ряду (2)
4. поместное значение цифры (3)

II. Решение примеров, основанные на знании законов, приемов, свойств арифметических действий:

$$450 + 300 = (400 + 50) + 300 = (400 + 300) + 50 = 700 + 50 = 750$$

Прием: замена числа суммой разрядных слагаемых.

$$450 = 400 + 50$$

Свойство: прибавление числа к сумме

$$(400 + 50) + 300 = (400 + 300) + 50$$

Законы: 1) переместительный $(400 + 50) + 300 = 400 + 300 + 50$

2) сочетательный $400 + 300 + 50 = (400 + 300) + 50$

$$890 - 30 = (800 + 90) - 30 = 800 + (90 - 30) = 800 + 60 = 860$$

Прием: замена числа суммой разрядных слагаемых

$$890 = 800 + 90$$

Свойство: вычитание числа из суммы

$$(800 + 90) - 30 = 800 + (90 - 30)$$

Закон: нет (т.к. вычитание)

Эти примеры на сложение и вычитание круглых чисел можно решить другим способом.

Разрядный состав числа.

$$450 + 300 = \square$$

$$45 \text{ дес} + 30 \text{ дес} = 75 \text{ дес}$$

$$75 \text{ дес} = 750 \text{ ед}$$

$$450 + 300 = 750$$

Выделяя общее число сотен или десятков позволяет нам свести эти примеры к сложению и вычитанию в пределах 100

$$324 + 53 = (300 + 20 + 4) + (50 + 3) = 300 + (20 + 50) + (4 + 3) = 300 + 70 + 7 = 377$$

Прием: замена чисел суммой разрядных слагаемых

$$324 = 300 + 20 + 4$$

$$53 = 50 + 3$$

Свойство: прибавление суммы к сумме

$$(300 + 20 + 4) + (50 + 3) = 300 + (20 + 50) + (4 + 3)$$

Законы:

1) переместительный

$$(300 + 20 + 4) + (50 + 3) = 300 + 20 + 50 + 4 + 3$$

2) сочетательный

$$300 + 20 + 50 + 4 + 3 = 300 + (20 + 50) + (4 + 3)$$

$$732 - 98 = (632 + 100) - 98 = 632 + (100 - 98) = 632 + 2 = 694$$

Прием: замена числа суммой удобных слагаемых

$$732 = 632 + 100$$

Свойство: вычитание числа из суммы

$$(632 + 100) - 98 = 632 + (100 - 98)$$

Закон: нет

$$732 - 98 = (632 + 100) - (90 + 8) - \text{не удобно}$$

$$732 - 98 = 732 - (98 + 2) = 632$$

$$632 + 2 = 634$$

$$732 - 98 = 634$$

Прием: округления $98 + 2 = 100$

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ В ПРЕДЕЛАХ "ТЫСЯЧИ"

Программные задачи:

1. Познакомить учащихся с решением примеров вида $80 * 4$; $420 : 6$, научить рассуждать
2. Формировать умение учащихся табличных случаях умножения и деления.

$$80 * 4 = \square$$

$$8 \text{ дес} * 4 = 32 \text{ дес}$$

$$32 \text{ дес.} = 320 \text{ ед.}$$

$$80 * 4 = 320$$

ВЫВОД: выделение общего числа десятков, позволяет свести вычисление к знанию табличных случаев умножения и деления.

$$70 * 6 - 20 = 400$$

$$1) 70 * 6 = 7 \text{ дес.} * 6 = 42 \text{ дес.} = 420 \text{ ед.}$$

$$2) 420 - 20 = 400$$

АЛГОРИТМ ПИСЬМЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ.

Алгоритм – это точное предписание, правило о выполнении в определенном порядке действия сложения.

1. АЛГОРИТМ СЛОЖЕНИЯ – это правило о выполнении в определенном порядке действия сложения.

Выполняется поразрядно, начиная с низшего разряда.

Знакомство с письменными приемами сложения происходит в разделе "СОТНЯ" и полученные знания используются в следующих разделах: "ТЫСЯЧА" и "МНОГОЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА".

Рассуждение идет по памятке.

ПАМЯТКА.

1. Пишу (единицы под единицами, десятки под десятками и т.д.)
2. Складываю единицы
3. складываю десятки (аналогично с другими разрядными единицами)
4. Читаю ответ

Сумма равно пятидесяти семи (числительные склоняются)

Работая в каждом разряде и знакомя учащихся с решением примеров, располагаем их по степени сложности:

1. без перехода через разрядную единицу

$$\begin{array}{r} +34 - 1 \text{ слагаемое} \\ \underline{23} - 2 \text{ слагаемое} \\ 57 - \text{сумма} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +25 \\ \underline{33} \\ 58 \\ + 345 \\ \underline{432} \\ 777 \\ + 3254 \\ \underline{324} \\ 3578 \\ + 421305 \\ \underline{65242} \\ 487798 \end{array}$$

2. с переходом через разрядную единицу

а) $\begin{array}{r} 46 \\ \underline{34} \\ 80 \end{array}$ складываем единицы
6 да 4 – 10 ед. Это 1 дес. и 0 ед.
0 пишу под ед., а 1 дес. прибавляю к десяткам.

$\begin{array}{r} 463 \\ \underline{344} \\ 807 \end{array}$ складываю десятки
6 да 4 – 10 дес. Это 1 сот. и 0 дес. 0 ед.
0 пишу под дес., а 1 сот. прибавляю к сотням.

$\begin{array}{r} 4655 \\ \underline{433} \\ 5089 \end{array}$ складываю сотни
6 да 4 – 10 сот. Это 1 тыс. и 0 сот.
0 пишу под сот., а 1 тыс. прибавляю к тыс.

б) $\begin{array}{r} 48 \\ \underline{35} \\ 83 \end{array}$ 8 да 5 – 13 ед. – это 1 дес. и 3 ед.
3 пишу под ед., а 1 дес. прибавляю к десяткам.

$\begin{array}{r} 453 \\ \underline{586} \\ 1039 \end{array}$ 13 дес. – это 1 сот. и 3 дес.
1 пишу на месте ед. тысяч.

$\begin{array}{r} 49604 \\ \underline{8492} \\ 58096 \end{array}$ 18 ед тыс. – это 8 ед. тыс т 1 дес. тыс.

ВЫВОД: При сложении используем свойства прибавления суммы к сумме, т. к. выполняем поразрядное сложение, мысленно заменив каждое слагаемое суммой.

2. АЛГОРИТМ ВЫЧИТАНИЯ – это правило о выполнении в определенном порядке действия вычитания.

Выполняется поразрядно, начиная с низшего разряда.

Вычитание производится во всех разделах, начиная с раздела "СОТНЯ".

Рассуждение идет по той же памятке, что и при сложении, но производя вычитание.

Примеры решаем по степени сложности:

1) без перехода через разрядную единицу

$$\begin{array}{r} 97 \\ - 35 \\ \hline 62 \\ 975 \\ - 523 \\ \hline 452 \end{array}$$

уменьшаемое
вычитаемое
разность равна шестидесяти двум

2) с переходом через разрядную единицу

a) $\begin{array}{r} 90 \\ - 26 \\ \hline 64 \end{array}$ Из нуля вычесть 6 ед. нельзя, поэтому из 9 дес. беру 1 десяток для вычитания ед. Чтобы не забыть об этом, надо дес. ставлю точку. Вычитаю ед. $10 - 6 = 4$. Пишу под ед. Вычитаю десятки. Точка над ними говорит о том, что их осталось 8. $8 - 2 = 6$. Пишу под дес. Разность равна 64.

$\begin{array}{r} 800 \\ - 357 \\ \hline 443 \end{array}$ Из 8 сот. беру 1 сот. 1 сот. – это 10 дес. Из 10 дес. я возьму 1 десяток для вычитания ед. 1 дес.- это 10 ед.

b) $\begin{array}{r} 92 \\ - 8 \\ \hline 84 \end{array}$

Свойство: вычитание суммы из суммы.

Обращаем внимание детей на связь между сложением и вычитанием, используя проверку выполненного решения.

3. АЛГОРИТМ УМНОЖЕНИЯ – это правило о выполнении действия умножения.

Умножение на однозначное число.

В подготовительную работу включить повторение свойства умножения суммы на число, которое лежит в основе алгоритма умножения на однозначное число.

$$5432 * 3 = (5000 + 400 + 30 + 2) * 3 = 5000 * 3 + 400 * 3 + 30 * 3 + 2 * 3 = 15000 + 1200 + 90 + 6 = 16296$$

Это поразрядное умножение лежит в основе письменного умножения.

$$\begin{array}{r} 5432 \\ \times 3 \\ \hline 16296 \end{array}$$

1 слагаемое
2 слагаемое
произведение

$\begin{array}{r} 380 \\ \times 9 \\ \hline 3420 \end{array}$ Т.к. 0 – не значимая цифра, то 2 множитель (9) подписываем под первой значимой цифрой первого множителя, считая справа.

Сначала перемножу значимые цифры ($38 * 9$), а затем в полученное произведение снесу столько 0, сколько их в конце множителя.

Если в середине 1 множителя есть нули, то само умножение $0 * a$ можно не производить (не называть), т. к. произведение все равно будет равно нулю, а продолжить вычисление.

ПАМЯТКА.

1. Пишу
2. Умножаю единицы
3. Умножаю десятки
4. Умножаю сотни
5. Умножаю ед. тысяч
6. Умножаю дес. тысяч
7. Умножаю сот. тысяч
8. Читаю ответ: произведение равно (числительное склоняется)

Тема 4.4. Обучение решению текстовых задач. Понятие «задача». Общие вопросы работы над задачей. Моделирование в процессе решения текстовых задач. Понятие простой задачи. Методика обучения решению простых задач на сложение и вычитание. Понятие обратной задачи. Составление обратных задач на сложение и вычитание. Методика обучения решению простых задач на умножение и деление. Преобразование задач. Первые составные задачи в начальной школе. Задачи в два действия.

ТЕМА 13: МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

План:

1. Основные положения обучения решению арифметических задач.
2. Работа над содержанием задач.
3. Проверка решения задач.
4. Последующая работа над решенной задачей.
5. Методика решения простых арифметических задач: а) подготовительная работа к решению простых задач. б) знакомство с простой задачей. в) методика решения составных арифметических задач

Вопросы для самоконтроля.

1. Основные трудности обучения решению задач и пути их преодоления.
2. Наглядность, используемая при обучении решению задач.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6),(7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

- Форма записи содержания задачи - сокращённая; сокращённо- структурная; схематическая.
- Простая арифметическая задача - решается одним арифметическим действием.
- Составная или сложная задача - решается двумя или большим числом арифметических действий.

Арифметические задачи в курсе **математики** занимают значительное место. Почти половина времени на уроках **математики** отводится решению задач. Это объясняется их большой воспитательной и образовательной ролью, которую они играют при обучении детей. Решение арифметических задач помогает раскрыть основной смысл арифметических действий, конкретизировать их, связать с определенной жизненной ситуацией. Задачи способствуют усвоению математических понятий, отношений, закономерностей. При решении задач у детей развивается произвольное внимание, наблюдательность, логическое мышление, речь, сообразительность. Решение задач способствует развитию таких процессов познавательной деятельности, как анализ, синтез, сравнение, обобщение.

В процессе решения арифметических задач учащиеся учатся, планировать и контролировать свою деятельность, овладевать приёмами, самоконтроля (проверка задачи прикидка задач и т.д.) у них воспитывается настойчивость, воля, развивается интерес к поиску решения задачи. Ве-

лика роль решения задач в подготовке детей к жизни, к их дальнейшей трудовой деятельности. При решении сюжетных задач учащиеся учатся переводить отношения между предметами и величинами на «язык **математики**». В арифметических задачах используется числовой материал, отражающий успехи страны в различных отраслях народного хозяйства, культуры, науки и т.д. Это способствует расширению кругозора учащихся, обогащению их новыми знаниями об окружающей действительности. Умением решать арифметические задачи учащиеся овладевают с большим трудом.

Анализ контрольных работ учащихся, наблюдения и исследования показывают, что ошибки, которые учащиеся допускают при решении задач, можно классифицировать так:

1. Привнесение лишнего вопроса и действия.
2. Исключение нужного вопроса и действия.
3. Несоответствие вопросов действия: правильно поставленные вопросы и неправильный выбор действий или, наоборот, правильный выбор действий и неверная формулировка вопросов.
4. Случайный подбор чисел и действий.
5. Ошибки наименования величин при выполнении действий: а) наименования не пишутся; б) наименования пишутся ошибочно, вне предметного понимания содержания задачи; в) наименования пишутся лишь при отдельных компонентах.
6. Ошибки в вычислениях.
7. Неверная формулировка ответа задачи (сформулированный ответ не соответствует вопросу, задачи и т.д.).

Причины ошибочных решений задач детьми кроются в первую очередь в особенностях их мышления. В процессе обучения решению задач следует избегать натаскивания в решении задач определенного вида, надо учить сознательному подходу к решению задач, учить ориентироваться в определенной жизненной ситуации, описанной в задаче, учить осознанному выделению данных задачи, осознанному выбору действий. В процессе работы над любой арифметической задачей можно выделить следующие этапы:

1. Работа над содержанием задачи.
2. Поиск решения задачи.
3. Решение задачи.
4. Формулировка ответа.
5. Проверка решения задачи.
6. Последующая работа над решенной задачей.

Большое внимание следует уделять работе над содержанием задачи, т.е. над осмыслением ситуации изложенной в задаче, установлением зависимости между данными и искомым. Последовательность работы над усвоением содержания задачи;

- а) разбор непонятных слов или выражений;
- б) чтение текста задачи учителем и учащимся;
- в) запись условия задачи;
- г) повторение задачи по вопросам.

Выразительному чтению текста задачи следует учить учеников. Нужно помнить, что детей специально надо учить выразительному чтению, они не могут самостоятельно правильно прочитать задачу, не могут расставить логические ударения и т.д.

Наряду с конкретизацией содержания задачи с помощью предметов, трафаретов и рисунков в практике работы учителей в школах широкое распространение получили следующие формы записи содержания задачи:

1. Сокращенная форма записи, при которой из текста задачи выписывают числовые данные и только те слова и выражения, которые необходимы для понимания логического смысла задачи.
2. Сокращенно-структурная форма записи, при которой каждая логическая часть задачи записывается с новой строки.
3. Схематическая форма записи.
4. Графическая форма записи.

Так как функция контроля у детей ослаблена, то проверка решения задачи имеет не только образовательное, но и воспитательное значение. В младших классах необходимо:

1. Проверить словесно сформулированные задачи, производя действие над предметами.
2. Проверять реальность ответа.
3. Проверять соответствие ответа условию и вопросу задачи. Проверка решение задачи другим способом её решения возможно с 4 класса.

Для контроля правильности решения задачи используется и некоторые элементы программированного обучения. Этот элемент очень полезен тем, что ученик сразу получает подкрепление правильности или, наоборот, ошибочности своих действий. При ошибочности решения он ищет новые пути решения.

Учитель в школе зачастую не может быть уверенным, что решение задачи понято всеми учениками. Поэтому очень полезно провести работу по закреплению решения этой задачи. Работа по закреплению решения задачи может быть проведена различными приемами.

1. Ставятся узловые вопросы по содержанию задачи.
2. Предлагается рассказать весь ход решения задачи с обоснованием выбора действий.

3. Ставятся вопросы к отдельным действиям или вопросам. Для учащихся важно не количество решенных аналогичных задач, а понимание предметной ситуации в зависимости между данными. Этой цели и служит последующая работа над решенной задачей, которую можно рассматривать как важный прием формирующий навыки решения задач данного вида. Лучшему пониманию предметного содержания задач, зависимости между данными и искомыми способствует решение задач с лишними или недостающими числовыми данными, записанными не числами, а словами. Наблюдения показывают, что лучшие учителя широко используют как один из приемов обучения решению задач составление задач самими учащимися.

Составление задач помогает детям лучше осознать жизненно-практическую значимость задачи, глубже понять её структуру, а также различать задачи различных видов, осознать приемы их решения. Составление задач проводится параллельно с решением готовых задач. Опыт и наблюдение показывают, что легче всего для учащихся частичное составление задач. Следует стимулировать составление учащимися задач с разнообразными фабулами. Это способствует развитию их воображение смекалки, инициативы. Очень полезно, когда для составления задач учащиеся привлекают материал «добываемый» ими во время экскурсий, из справочников, газет, журналов и т.д. Учащихся старших классов необходимо учить заполнять и писать деловые документы, связанные с теми или иными расчетами. Например, написать доверенность, заполнить бланк на денежный перевод и т.д. Все, указанные выше приемы могут быть широко использованы при решении всех видов задач.

Простой арифметической задачей называется задача, которая решается одним арифметическим действием. Простые задачи играют чрезвычайную роль при обучении учащихся **математики**. Именно простые задачи позволяют раскрыть основной смысл и конкретизировать арифметические действия, сформировать те или иные математические понятия. Простые задачи являются составной частью сложных задач, а следовательно, формируя умение решать их, учитель готовит учащихся к решению сложных задач.

На каждом учебном году обучения учащиеся знакомятся с новыми видами простых задач. Постепенное введение их объясняется различной степенью трудности математических понятий, местом изучения тех арифметических действий, конкретный смысл которых они раскрывают. Не менее пристального внимания учителя при выборе задач данного вида заслуживает и конкретизация и содержание. Наконец учитель учит конкретизировать содержание задачи, вскрывая зависимость между данными и искомыми с помощью различных форм краткой записи.

Опыт работы лучших учителей показывает, что подготовку к решению арифметических задач следует начинать с обогащения и развития практического опыта учащихся, ориентировки их в окружающей действительности. Учеников нужно вести в ту жизненную ситуацию, в которой при-

ходится считать, решать арифметические задачи, производить изменения. Причем эти ситуации не следует на первых порах создавать искусственно, на них лишь следует обратить и направлять внимание учащихся. Учитель организует наблюдение над изменением количества элементов предметных множеств содержимого сосудов и т. д., что способствует развитию представлений учащихся о количестве к знакомству их с определенной терминологией, которая впоследствии встретится при словесной формулировке задач: стало, всего осталось, взяли, увеличилось, уменьшилось и т.д. Надо организовать так игровую и практическую деятельность учащихся, чтобы, являясь непосредственными участниками этой деятельности, а также наблюдая, учащиеся сами могли делать вывод в каждом отдельном случае; увеличилось или уменьшилось число элементов множества и какой операцией и словесному выражению соответствует это увеличение или уменьшение. Этот этап подготовительной работы совпадает с началом работы над числами первого десятка и знакомства с арифметическими действиями, с решением и составлением примеров операций с предметными множествами.

Прежде чем приступить к обучению решения арифметических задач, учитель должен ясно себе представить, какие знания, умения и навыки нужно дать ученикам. Чтобы решить задачу, ученики должны решать арифметические примеры, слушать, а затем читать задачу, повторять задачу по вопросам, по краткой записи, по памяти, выделять в задаче составные компоненты, решать задачу и проверять ее правильность решения. В 1 классе учащиеся учатся решать задачи на нахождение суммы и остатка. Эти задачи вводятся впервые при научении чисел первого десятка. При обучении решению задач на нахождение суммы одинаковых слагаемых, на деление на равные части или на деление по содержанию, следует опираться на понимание учащимися сущности арифметических действий умножения и деления. До решения задачи на разное сравнение учащимся нужно дать понятие о сравнении предметов одной совокупности, двух предметных совокупностей, величин, чисел, устанавливая между ними отношения равенства и неравенства. Составной или сложной арифметической задачей называется задача, которая решается двумя или большим числом арифметических действий. Психологические исследования по изучению особенностей решения составных арифметических задач показывают, что дети не узнают знакомых простых задач в контексте новой составной задачи. Подготовительная работа к решению составных задач должна представлять собой систему упражнений, приемов, целенаправленно ведущих учащихся к овладению решением составных задач. К решению составных задач учитель может переходить тогда, когда убедится, что учащиеся овладели приемами решения простых задач, которые войдут в составную задачу, сами могут составить простую задачу определенного вида. При решении составных задач учащиеся должны или к данным ставить вопросы или к вопросу подбирать данные. Поэтому

в подготовительный период, т.е. на протяжении всего первого года и в начале второго года обучения, следует предлагать учащимся задания:

1. К готовому условию подобрать вопросы.
2. По вопросу составить задачу, подобрав недостающие числовые данные.

Составляя простые и составные задачи, учащиеся постепенно научатся узнавать в составной задаче простые, уже бывшие в опыте их решения очень полезны упражнения на составления сложных задач. Это будет способствовать лучшему усвоению видов простых задач, умению их узнавать вычленив в составной задаче, поможет учащимся более сознательно осуществлять анализ задач. При решении составных задач учащихся следует научить общим приемам работы над задачей; умению анализировать содержание задачи, выделяя известные данные, искомое (т.е. устанавливая, что нужно узнать в задаче), определите, каких данных не хватает для ответа на главный вопрос в задаче. В практике работы школы оправдал себя, прием работы с карточками, заданиями в которых излагается последовательность работы над задачей. При решении задач оформление ее решения записывается с вопросами или записывается каждое действие и поясняется. Выработка обобщенного способа решения задач данного вида обеспечивается многократным решением задач с разнообразными видами, фабулами, решением готовых и составленных самими учащимися задач, сравнением задач данного вида с ранее решавшимися видами задач и т. д.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ РАБОТА НАД ИЗУЧЕНИЕМ СОСТАВНОЙ ЗАДАЧИ

Главная цель ученика на 1 этапе - понять задачу. Методисты предлагают разные приемы работы на этом этапе. Бантова М.А., Царева С.Е. предлагают следующие приемы первичного анализа:

1. Представление жизненной ситуации, описанной в задаче, мысленное участие в ней. (Можно предложить учащимся после чтения задачи нарисовать словесную картинку).
2. Разбиение текста на смысловые части и выбор необходимой для поиска решения. (Можно предложить учащимся определить, правильно ли выделены части и повторить текст задач по частям).
3. Переформулировка текста задачи; замена описания данной в ней ситуации другой, сохраняющей все отношения и зависимости, но более точно их выражающие.

Анализ текста задачи неразрывно связан с этапом поиска решения.

Анализ задачи проводится до тех пор, пока не возникнет идея о плане решения, который позволяет нам рассуждать: от вопроса к данным и от данных к вопросу.

Для поиска решения Бантова М.А., Царева С.Е. предлагают использовать краткую запись.

В краткой записи задачи отображаются объекты, числовые данные и связи между ними. Таким образом, краткая запись фиксирует в удобообразной форме величины, числа данные и искомые, а также некоторые слова, показывающие, о чём говорится в задаче: «было», «положим», «стало» и т.п., и слова, обозначающие отношения: «больше», «меньше», «одинаковая» и т.п.

Краткая запись условия задачи помогает устранить типичные ошибки, не дает возможности поверхностного прочтения текста задачи и возможности упустить соотношения между данными.

Краткая запись задачи только в первое время несколько трудна учащимся, но учитель постоянно им помогает наводящими вопросами: Какие слова нужны для краткой записи? Какие числа надо вписать в краткое условие? Какие обозначения будем использовать?

Для того, чтобы помочь ученикам, учитель пользуется наглядностью: предметной, а затем абстрактным вариантом, а также использует краткую запись, которая подразделяется на предметную и схематическую.

Предметная краткая запись - это использование предметов для изображения ситуации, описанной в задаче. Предметная иллюстрация помогает создать яркое представление той жизненной ситуации, которая описывается в задаче. Для иллюстрации задачи используются либо предметы, либо рисунки предметов, о которых идет речь в задаче: с их помощью иллюстрируется конкретное содержание задачи.

Например: У Коли 5 тетрадей, а у Миши на 4 тетради больше. Сколько тетрадей у обоих мальчиков?

Выходят 2 мальчика, один из них берет 5 тетрадей, другой берет столько же тетрадей, сколько и первый, а затем еще 4. Такое воспроизведение уточняет представление детей, которое возникло при восприятии задачи. Но если мальчики будут держать тетради в руках и не уберут их, то у ребят не вызовет сложности над выбором действия, им не надо будет мысленно представлять ситуацию, а можно просто путем пересчета сосчитать тетради.

Если использовать предметное моделирование длительное время как основной способ, то возникнут отрицательные последствия:

- ученики не смогут построить мысленную модель без этой опоры;
- у учеников не будет происходить развитие внутреннего плана действия;

Схематичная краткая запись подразделяется на несколько видов:

а) со словами.

Например: Девочка нашла в лесу 10 белых грибов, а подосиновиков на 7 больше. Сколько всего грибов нашла в лесу девочка?

Белые - 10г.

Подосиновики - ? на 7г. больше.

б) таблица.

Если в задаче используется три величины и более, то удобнее применять табличную форму краткой записи. При табличной форме требуется выделение и название величины. Расположение числовых данных помогает установлению связей, между величинами: на одной строке записываются соответствующие значения различных величин, а значения одной величины записываются одно под другим. Искомое число обозначается вопросительным знаком.

Например: «В четырех одинаковых коробках 48 карандашей. Сколько карандашей в одной коробке?»

Таблица выглядит так:

Количество карандашей в 1 коробке	Количество коробок	Общее число карандашей
? одинаковое	4	48

При первичном знакомстве с такой задачей таблица мало чем помогает представить математическую ситуацию и выбрать нужное действие. Но если учащиеся хорошо усвоили взаимосвязь пропорциональных величин, то таблица будет очень удобна для изображения задачной ситуации.

в) графическая модель (рисунки, чертежи).

Можно применять самые простейшие рисунки, в виде кружков, квадратов, треугольников, точек, полосок и т.д., обозначающих те предметы, о которых говорится в задаче.

Например: На блюде лежало 15 яблок: красных, зеленых и желтых. Красных - 5, желтых столько же, да еще одно. Сколько зеленых яблок лежало на блюде?

- Сколько яблок лежало на блюде? (15)

- Нарисуем 15 кружков. Каждый кружок означает одно яблоко (красное, желтое или зеленое), лежащее на блюде.

- Сколько лежало красных яблок? (5).
- Значит, из нарисованных 15 кружков закрасим красным карандашом 5 кружков.
- Каждый закрашенный кружок означает одно красное яблоко. Остальные яблоки - зеленые и желтые. Тогда о зеленых и желтых яблоках можно сказать, что их 15 без 5, т.е. 15-5.

Решение: $15-5=10$ (я.) желтых и зеленых

- Сколько лежало желтых яблок? (столько же, сколько и красных, да еще одно).
- Значит, из не закрашенных кружков закрасим желтым карандашом 5 кружков да еще один.

- Каждый закрашенный кружок означает одно желтое яблоко. Остальные яблоки - зеленые. Тогда о зеленых яблоках можно сказать, что их 10 без 5 и 1, т.е. $10-5-1$.

Решение: $10-5-1=4$ (я.) зеленых.

Ответ: 4 зеленых яблока

При таком графическом изображении ученики пользуются пересчетом, как и при предметном моделировании. Такое графическое моделирование невозможно использовать при больших числовых данных. Поэтому лучше использовать такое графическое средство как чертеж. Иллюстрацию в виде чертежа целесообразно использовать при решении задач, в которых даны отношения значений величин (больше, меньше, столько же), а также при решении задач, связанных с движением. При этом надо соблюдать указанные в условии отношения: большее расстояние изображать большим отрезком. Чертеж наглядно иллюстрирует отношение значений величин, а в задачах на движение схематически изображает соответствующую ситуацию. Одно из чисел данных в задаче (число детей, число метров в материи) изображают отрезком и, используя данные в задаче соотношения этого числа и других чисел, изображают эти числа (в 2 раза больше, на 4 кг меньше) соответствующим отрезком.

Иллюстрация только тогда поможет ученикам найти решение, когда её выполняют сами дети, поскольку только в этом случае они будут анализировать задачу сами.

Дети могут установить связи между данными и искомым и выбрать соответствующее арифметическое действие только с помощью учителя. В этом случае учитель проводит специальную беседу, которая называется разбором задачи.

Рассуждение можно строить двумя способами: идти от вопроса задачи к числовым данным или же от числовых данных идти к вопросу.

Чаще следует использовать первый способ рассуждения, так как при этом ученик должен иметь в виду не одно выделенное действие, а все решение в целом. При использовании второго способа разбора учитель прямо подводит их к выбору каждого действия. Кроме того, такое рассуждение может привести к выбору «лишних действий».

Разбор составной задачи заканчивается составлением плана решения - это объяснение того, что узнаем, выполнив то или иное действие, и указание по порядку арифметических действий.

Третий этап деятельности учащихся по решению задачи - оформление решения. Ученики справляются с этим этапом достаточно хорошо. Если при разборе задачи и поиске решения использовался чертеж, то ошибок в записи решения бывает очень мало.

При решении некоторых видов задач необходима проверка решения. Бантова М.И., Царева С.Е., выделяют следующие виды проверок:

1. Прикидка ответа.

Применение этого способа проверки заключается в следующем: до решения или после него устанавливают, какое число получится в результате, большее или меньшее, чем данное в условии.

2. Решение задачи другим способом.

Этот способ проверки интересен тем, что является одним из средств повышения интереса к математике.

Царева С.Е. [31, с. 103] считает, что применение метода поиска нового способа решения - средство развития познавательного интереса, умения отстаивать свою точку зрения.

3. Установление соответствия между числами полученными и данными.

Обосновать правильность решения задачи можно с помощью арифметических действий и логических рассуждений о том, что, если считать полученный результат верным, то все отношения и зависимости между данными и искомыми задачи будут выполнены.

4. Составление и решение обратной задачи.

Составление обратной задачи и ее решение иногда является единственным способом проверки.

Этот вид проверки делает прочными знания об обратных связях.

Заключительным этапом в работе над задачей является работа после решения задачи. В методической литературе опубликовано немало статей (Царева С.В., Шикова Р.Н.), где описаны виды дополнительной работы над уже решенной задачей. На практике можно увидеть эффективность этих видов работы. К сожалению, пользоваться этими видами работы приходится мало, так как не разработана методика работы на этом этапе.

Многие авторы и методисты уделяют много внимания последнему этапу: работе с задачей после ее решения.

Ознакомление с составной задачей и формирование умений решать составные задачи

При ознакомлении с составными задачами ученики должны уяснить основное отличие составной задачи от простой - ее нельзя решить сразу, т.е. одним действием, а для ее решения надо выделить простые задачи, установив соответствующие систему связей между данными и искомыми. С этой целью предусматриваются специальные подготовительные упражнения:

1. Решение простых задач с недостающими данными, например:

На экскурсию поехали мальчики и девочки. Сколько всего детей поехало на экскурсию?

После чтения таких задач учитель спрашивает, можно ли узнать, сколько детей поехало на экскурсию, и почему нельзя (неизвестно, сколько было девочек и мальчиков). Далее дети подбирают числа и решают задачи.

Выполняя такие упражнения, ученики убеждаются, что не всегда можно сразу ответить на вопрос задачи, так как может не хватать числовых данных, их надо получить (в данном случае подобрать числа, а при решении составных задач найти, выполнив соответствующее действие).

2. Решение пар простых задач, в которых число, полученное в ответе на вопрос первой задачи, является одним из данных во второй задаче, например;

а) У девочки было 3 кролика, а у мальчика на 2 кролика больше. Сколько кроликов у мальчика?

б) У девочки было 3 кролика, а у мальчика 5 кроликов. Сколько кроликов у них вместе?

Учитель говорит, что такие две задачи можно заменить одной: «У девочки было три кролика, а у мальчика на 2 кролика больше. Сколько кроликов у них вместе?»

В дальнейшем дети сами будут заменять пары подобных задач одной задачей.

3. Постановка вопроса к данному условию.

Я скажу условие задачи, говорит учитель, а вы подумайте и скажите, какой можно поставить вопрос: «Для украшения школы ученики вырезали 10 красных флажков и 8 голубых». (Сколько всего флажков вырезали ученики?)

4. Выработка умений решать простые задачи, входящие в составную. Надо меть ввиду, что необходимым условием для решения составной задачи является твердое умение детей решать простые задачи, входящие в составную. Следовательно, до введения составных задач определенной структуры надо сформировать умение решать соответствующие простые задачи.

Все эти упражнения надо включать при работе над простыми задачами до введения составных задач.

Для знакомства с составной задачей специально отводится в 1 классе два-три урока, на которых особое внимание уделяется установлению связей между данными и искомыми, составлению плана решения и записи решения.

На уроках, посвященных ознакомлению с составными задачами, важно довести до сознания детей их основную особенность: эти задачи нельзя решить сразу, одним действием. Чтобы ответить на вопрос задачи, приходится вначале находить число, которого нет в условии задачи.

Существуют различные точки зрения по вопросу, с чего начинать знакомство с составными задачами:

1) Начать с решения задач в два действия, включающих простые задачи на нахождение суммы и на нахождение остатка, например; «Мама сорвала с одной яблони 5 яблок, а с другой 3 яблока; 6 яблок она отдала детям. Сколько яблок осталось у мамы?». После этого включать составные задачи другой структуры.

2) Начать с задач в два действия, которые включают простые задачи на уменьшение числа на несколько единиц и на нахождение суммы, например:

«В одной вазе 7 конфет, в другой на 4 конфеты меньше. Сколько конфет в двух вазах?». Позднее рассмотреть решение задач другой математической структуры.

Первая из рассмотренных задач явно отличается от простой – в ее условии три числа, т.е. здесь обе простые задачи как бы лежат на поверхности. Это должно более быстро привести детей к уяснению существенного признака составной задачи – ее нельзя решить сразу, выполнив одно действие. Здесь содержание задачи помогает правильному установлению связей. В этом случае детям легче составить по задаче выражение.

В условии второй из приведенных задач два числа, что делает ее сходной с простой задачей, а поэтому учащиеся склонны решать такие задачи, выполнив одно действие. Кроме того, простая задача на уменьшение числа на несколько единиц, входящая в эту составную, труднее задачи на нахождение остатка, которая входит в первую составную задачу. Как видим, решение этих задач сопряжено с целым рядом трудностей. Поэтому, как показал опыт, лучше начинать с решения составных задач, включающих три числа.[10; с.185]

В период ознакомления с составными задачами очень важно добиться различия детьми простых и составных задач. С этой целью надо чаще включать составные задачи в противопоставлении с простыми, выясняя каждый раз, почему одна из них решается одним действием, а другая – двумя. Полезно также предлагать упражнения творческого характера. Это, прежде всего преобразование простых задач в составные и обратно. Например, дети решили задачу: «В зимние каникулы учащиеся отдыхают 10 дней, а в весенние на 2 меньше. Сколько дней отдыхают ученики в весенние каникулы?». Учитель предлагает изменить вопрос задачи так, чтобы задача решалась двумя действиями. (Сколько дней отдыхают ученики в зимние и весенние каникулы?)

В это время наряду с решением готовых задач надо включать упражнения на составление задач, аналогичных решенной, на составление задач по данному ее решению, по краткой записи и др.

В дальнейшем решаются составные задачи, которые органически связываются с изучаемым материалом. Так, в 1 классе изучаются действия сложения и вычитания и соответственно включаются составные задачи, решаемые этими действиями; во втором классе изучаются действия умножения и деления, в соответствии с этим вводятся составные задачи, решаемые этими действиями, при изучении свойств арифметических действий рассматривается решение задач разными способами.

По мере продвижения учащихся задачи усложняются. Усложнение может идти либо по линии включения новых связей, т.е. новых видов простых задач, либо по линии увеличения числа выполняемых действий. Однако задачи не должны быть слишком трудными и не должны включать много действий.

Очень важно научить детей общим приемам работы над задачей. Это значит научить детей самостоятельно анализировать задачу, устанавливая соответствующие связи, использовать при этом различные иллюстрации, составлять план решения, выполнять решение и проверять правильность решения.

Возможности использования текстовых задач для формирования универсальных учебных действий у младших школьников

Решение задач - это важнейшее средство формирования математических знаний, умений, навыков учащихся, но, в то же время, - это средство формирования познавательных УУД и математического развития ребенка.

Для успешного обучения в начальной школе должны быть сформированы следующие познавательные универсальные учебные действия: общеучебные, логические, действия постановки и решения проблемы. Эти учебные действия могут тесно переплетаться, например, при решении задач. [1].

Математическая наука используется сейчас во всех сферах человеческой деятельности, поэтому, преподавая математику, учитель не должен забывать, что ученик должен видеть за вычислениями и формальными преобразованиями, а также за геометрическими образами и математическими понятиями, не только абстрактные символы, но и серьёзное реальное содержание, пусть даже в самой простой форме. [3].

Проблема формирования УУД в процессе обучения младших школьников решению текстовых задач является недостаточно разработанной. Усвоение общих умений решать задачи связано как с развитием логических операций, так и с овладением умением моделировать и использовать различные знаково-символические средства. Данные умения относятся к группе познавательных УУД.

Универсальный характер учебных действий проявляется в том, что они носят надпредметный, метапредметный характер.

В современном начальном образовании существуют различные учебно-методические комплекты, в которых по-разному реализуются цели обучения математике младших школьников.

В основе построения курса математики по программам развивающего обучения лежит методическая концепция, выражающая необходимость целенаправленной и систематической работы по формированию у младших школьников приемов умственной деятельности: анализа и синтеза, сравнения, классификации, аналогии и обобщения в процессе усвоения математического содержания [1]. Эти приёмы и есть не что иное, как познавательные универсальные учебные действия.

Отличительной особенностью программ является иной методический подход к формированию общих умений решать задачи.

Этот подход сориентирован на формирование обобщённых умений: читать задачу, выделять условие и вопрос, устанавливать взаимосвязь между условием и вопросом, осознанно использовать математические понятия при выборе арифметических действий для ответа на вопрос задачи.

Особую роль в процессе обучения младших школьников решению задач играет моделирование.

Сам процесс решения задачи можно рассматривать как перевод словесной модели в символическую (математическую) – выражение, равенство, уравнение и т.д. При этом в помощь выступают схематические и предметные модели.

Наиболее распространённой вспомогательной моделью для решения задач является схематический чертёж (схема).

Л. Ш. Левенберг, отмечает: «...рисунки, схемы и чертежи не только помогают учащимся в сознательном выявлении скрытых зависимостей между величинами, но и побуждают активно мыслить, искать наиболее рациональные пути решения задач, помогают не только усваивать задания, но и овладевать умением применять их»[4].

Работа по освоению умения решать текстовые задачи у младших школьников строится в три этапа: подготовительный, введение и усвоение понятия задачи, формирование общих умений решать задачи.

Основная цель подготовительного этапа: формирование обобщенных умений для решения текстовых задач.

Эти умения включают в себя: навык чтения; усвоение конкретного смысла действий сложения и вычитания, отношений «больше на», «меньше на», разностного сравнения; приобретение опыта в соотнесении предметных, вербальных, графических и символических моделей; сформированность приемов умственной деятельности (анализ и синтез, сравнение, аналогия, обобщение); умение складывать и вычитать отрезки; знакомство со схемой как способом моделирования.

Важную роль в подготовительный период играют задания, выполняя которые ребёнок приобретает навык внимательного прочтения текста, точного выполнения условий задания.

Овладение умениями во время подготовительного этапа является необходимым условием для усвоения структуры задачи и осознания процесса её решения.

Цель второго этапа: усвоение детьми структуры задачи, ее существенных признаков.

При первом знакомстве с задачей школьникам разъясняется особенность этого понятия. Для этой цели детям показываются отличия задачи от тех заданий, которые они ранее выполняли. Анализируя тексты заданий, ученики приходят к выводу, что в задаче есть условие и вопрос.

Для приобретения опыта в семантическом и математическом анализе текстов задач (простых и составных) используется приём сравнения текстов задач.

Также на данном этапе применяются и другие методические приёмы: постановка вопроса к данному условию; соотнесение текста задачи с готовыми решениями; подчёркивание в тексте каждой задачи условия и вопроса разным цветом.

Такие приёмы позволяют школьникам сделать первые шаги в осмыслении структуры задачи, записи её решения и ответа, а также начать работу по формированию умения читать текст задачи, т.е. устанавливать взаимосвязь между её условием и вопросом.

На третьем этапе формирования общих умений решать текстовые задачи основной целью является развитие умений: моделировать текст задачи с помощью отрезков (в виде схемы); выбирать арифметическое действие для записи решения задачи.

Для достижения данных целей используются различные методические приёмы: выбор схемы; выбор вопросов; выбор выражений; выбор условия к данному вопросу; выбор данных; изменение текста задачи в соответствии с данным решением; постановка вопроса, соответствующего данной схеме; объяснение выражений; выбор решения задачи.

Использование данных приёмов формирует у учеников умение анализировать текст задачи, но не с помощью традиционных вопросов (Что известно? Что требуется найти?), а при помощи графической модели. Кроме этого ученики овладевают умением аргументировать свою точку зрения.

Благодаря этим приёмам дети работают с различными типами задач, как простыми, так и составными. Наблюдают, как изменение одного слова влияет на решение задачи.

Работа с обучающими заданиями на уроке строится фронтально. Это создаёт условия для обсуждения ответов детей и для включения их в активную мыслительную деятельность.

Большое влияние на развитие учащихся оказывает и деятельность, которая организуется на этапе работы над задачей после её решения. На этом этапе рассматриваются, анализируются и сравниваются между собой различные способы решения одной и различных задач, отличающихся друг от друга либо каким-то данным, либо вопросом, либо условием. Кроме того, на этом этапе ученики овладевают новым видом деятельности — проверкой решения.

Таким образом, в ходе работы на этапах формирования умения решать задачи осуществляется развитие у младших школьников познавательных универсальных учебных действий: общеучебных (моделирование, умение структурировать знания, выбор наиболее эффективных способов решения задачи и др.), логических (анализ текста задачи, сравнение, установление причинно-следственных связей и др.).

С введением новых стандартов перед каждым учителем встаёт проблема по подготовке программы развития УУД и её реализации в учебно-воспитательном процессе. Поэтому задача учителя – знать, что такое УУД, как они классифицируются и как их развивать.

Конечно, наряду с познавательными УУД, у учащихся идёт формирование и других видов УУД на каждом уроке и во внеурочное время. Успешное формирование УУД у учащихся начальной школы очень важно для достижения основной цели современного образования – научить детей учиться.

Таким образом, процесс овладения младшим школьником общим умением решать текстовые задачи также вносит большой вклад в формирование УУД.

С самых первых уроков ребенок включается в конструктивное, предметное общение. Учитель формирует у ученика умение отвечать на вопросы, задавать вопросы, формулировать главную мысль, вести диалог, со временем осуществлять смысловое чтение и т.п. При этом учителю необходимо четко объяснять ученику, какое общение принято в семье, школе, обществе, а какое – недопустимо. В учебниках есть задания для их выполнения в парах, что позволяет ученикам использовать полученные знания в практических ситуациях. Этому способствуют игровые ситуации, содержательный иллюстративный материал, вопросы и задания, задачи, направленные на развитие **коммуникативных УУД**.

На всех этапах усвоения математического содержания (кроме контроля) приоритетная роль отводится обучающим заданиям. Они могут выполняться как фронтально, так и в процессе самостоятельной работы **в парах** или индивидуально.

Важно, чтобы полученные результаты самостоятельной работы (как верные, так и неверные) обсуждались коллективно и создавали условия для общения детей не только с учителем, но и друг с другом, что важно для формирования коммуникативных УУД (умения слышать, слушать и понимать партнёра, планировать и согласованно выполнять совместную деятельность, распределять роли, взаимно контролировать действия друг друга и уметь договариваться учитывая позицию собеседника). Самостоятельно определять и высказывать самые простые общие для всех людей правила поведения при общении и сотрудничестве (этические нормы общения и сотрудничества).

В процессе такой работы формируются умения: контролировать, оценивать свои действия и вносить соответствующие коррективы в их выполнение. При этом необходимо, чтобы учитель активно включался в процесс обсуждения. Для этой цели могут быть использованы различные методические приёмы: организация целенаправленного наблюдения; анализ математических объектов с различных точек зрения; установление соответствия между предметной-вербальной-графической-символической моделями; предложение заведомо неверного способа выполнения задания-«ловушки»; сравнение данного задания с другим, которое представляет собой ориентировочную основу; обсуждение различных способов действий. При этом дети учатся правилам работы в группе (паре), прививаются умения осознанности и критичности своих действий.

В процессе изучения математики осуществляется знакомство с математическим языком, формируются речевые умения: дети учатся высказывать суждения с использованием математических терминов и понятий, формулировать вопросы и ответы в ходе выполнения задания, доказательства верности или неверности выполненного действия, обосновывают этапы решения учебной задачи.

Изучение математики способствует формированию таких **личностных** качеств, как любознательность, трудолюбие, способность к организации своей деятельности и к преодолению трудностей, целеустремлённость и настойчивость в достижении цели, умение слушать и слышать собеседника, обосновывать свою позицию, высказывать свое мнение.

Рассмотрим возможности формирования **регулятивных УУД** на примере решения задач. При всем многообразии подходов, можно выделить следующие общие компоненты, способствующие формированию УУД:

I. Анализ текста задачи (семантический, логический, математический) является центральным компонентом приема решения задач.

II. Перевод текста на язык математики с помощью вербальных и невербальных средств. В результате анализа задачи текст выступает как совокупность определенных смысловых единиц. Однако, текстовая форма выражения этих величин часто включает несущественную для решения задач информацию. Чтобы можно было работать только с существенными смысловыми единицами, текст задачи записывается кратко с использованием условной символики. После того как данные задачи специально вычленены в краткую запись, следует перейти к анализу отношений и связей между этими данными. Для этого осуществляется перевод текста на язык графических моделей, понимаемый как представление текста с помощью невербальных средств — моделей различного вида: чертежа, схемы, графика, таблицы, символического рисунка, формулы, уравнений и др. Перевод текста в форму модели позволяет обнаружить в нем свойства и отношения, которые часто с трудом выявляются при чтении текста.

III. Установление отношений между данными и вопросом. На основе анализа условия и вопроса задачи определяется способ ее решения (вычислить, построить, доказать), выстраивается последовательность конкретных действий. При этом устанавливается достаточность, недостаточность или избыточность данных.

IV. Составление плана решения задачи. На основании выявленных отношений между величинами объектов выстраивается последовательность действий — план решения. Особое значение имеет составление плана решения для сложных, составных задач.

V. Осуществление плана решения

VI. Проверка и оценка решения задачи. Проверка проводится с точки зрения адекватности плана решения, способа решения (рациональность способа), ведущего к результату. Одним из вариантов проверки правильности решения, особенно в начальной школе, является способ составления и решения задачи, обратной данной.

Широко на уроках математики развиваются **логические УУД**. В процессе вычислений, измерений, поиска решения задач у учеников формируются основные мыслительные операции (анализа, синтеза, классификации, сравнения, аналогии и т.д.), умения различать обоснованные и необоснованные суждения, обосновывать этапы решения учебной задачи, производить анализ и преобразование информации (используя при решении самых разных математических задач простейшие предметные, знаковые, графические модели, таблицы, диаграммы, строя и преобразовывая их в соответствии с содержанием задания).

При этом сохраняется приоритет арифметической линии начального курса математики как основы для продолжения математического образования в 5–6 классах.

Познавательные УУД формируются, когда:

- учитель говорит: «Подумайте»; «Выполните задание»; «Проанализируйте»; «Сделайте вывод...».

Развитию УУД способствуют базовые образовательные технологии: уровневая дифференциация, проблемное обучение, ИКТ и проектная деятельность. В 1 классе – игровая.

Овладение универсальными учебными действиями, в конечном счете, ведет к формированию способности самостоятельно успешно усваивать новые знания, умения и компетенции, включая самостоятельную организацию процесса усвоения, т. е. умения учиться.

Показателем успешности формирования УУД будет ориентация школьника на выполнение действий, выраженных в категориях: знаю/могу, хочу, делаю.

Тема 4.5. Числовые функции. Понятие функции. Способы задания функций. Прямая пропорциональность. Обратная пропорциональность.

Функция - одно из важнейших понятий математики, исходное понятие ведущей ее области - математического анализа. В школьном курсе математики основное внимание уделяется числовым функциям. Причиной этого является тесная связь математики с естественными науками, в частности с физикой, для которой числовые функции служат средством количественного описания различных зависимостей между величинами.

В начальном курсе математики понятие функции и все, что с ним связано, в явном виде не изучается, но идея функциональной зависимости буквально пронизывает его, а правильное понимание таких свойств реальных явлений, как взаимозависимость и изменяемость, является основой научного мировоззрения. Безусловно, все это требует от учителя начальных классов определенных знаний о функции и ее свойствах, и прежде всего таких, которые помогут ему осуществлять в начальной школе пропедевтику понятия функции.

44. Понятие функции. Способы задания функций

Определение. **Числовой функцией** называется такое соответствие между числовым множеством X и множеством R действительных чисел, при котором каждому числу из множества X сопоставляется единственное число из множества R .

Множество X называют **областью определения функции**.

Функции принято обозначать буквами f, g, h и др. Если f - функция, заданная на множестве X , то действительное число y , соответствующее числу x из множества X , часто обозначают $f(x)$ и пишут $y = f(x)$. Переменную x при этом называют **аргументом** (или независимой переменной) функции f . Множество чисел вида $f(x)$ для всех x из множества X называют **областью значений функции f** .

В рассмотренном выше первом примере функция задана на множестве $X = \{1, 3, 5, 7\}$ - это ее область определения. А область значений этой функции есть множество $\{2, 6, 10, 14\}$.

Из определения функции вытекает, что для задания функции необходимо указать, во-первых, числовое множество X , т.е. область определения функции, и, во-вторых, правило, по которому каждому числу из множества X соответствует единственное действительное число.

Часто функции задают с помощью формул, указывающих, как по данному значению аргумента найти соответствующее значение функции. Например, формулы $y = 2x - 3$, $y = x^2$, $y = 3x$, где x - действительное число, задают функции, поскольку каждому действительному значению x можно, производя указанные в формуле действия, поставить в соответствие единственное значение y .

Заметим, что с помощью одной и той же формулы можно задать как угодно много функций, которые будут отличаться друг от друга областью определения. Например, функция $y = 2x - 3$,

где $x \in R$, отлична от функции $y = 2x - 3$, где $x \in N$. Действительно, при $x = -5$ значение первой функции равно -13 , а значение второй при $x = -5$ не определено.

Часто при задании функции с помощью формулы ее область определения не указывается. В таких случаях считают, что областью определения функции $f(x)$ является область определения выражения $f(x)$. Например, если функция задана формулой $y = 2x - 3$, то ее областью определения счи-

тают множество R действительных чисел. Если функция задана формулой $y = \frac{1}{x-2}$, то её область определения - есть множество R действительных чисел, исключая число 2 (если $x = 2$, то знаменатель данной дроби обращается в нуль).

Числовые функции можно представлять наглядно на координатной плоскости. Пусть $y = f(x)$ - функция с областью определения X . Тогда ее **графиком** является множество таких точек координатной плоскости, которые имеют абсциссу x и ординату $f(x)$ для всех x из множества X .

Так, графиком функции $y = 2x - 3$, заданной на множестве R , является прямая (рис. 1), а графиком функции $y = x^2$, заданной также на множестве R , - парабола (рис. 2).

Рис.1 Рис.2

Функции можно задавать при помощи графика. Например, графики, приведенные на рисунке 3, задают функции, одна из которых имеет в качестве области определения промежуток $[-2, 3]$, а вторая - конечное множество $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

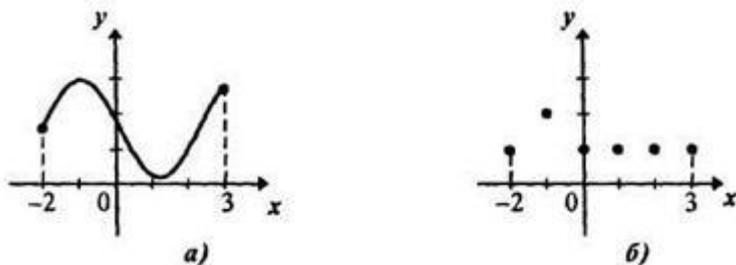


Рис.3

Не каждое множество точек на координатной плоскости представляет собой график некоторой функции. Так как при каждом значении аргумента из области определения функция должна иметь лишь одно значение, то любая прямая, параллельная оси ординат, или совсем не пересекает график функции, или пересекает его лишь в одной точке. Если же это условие не выполняется, то множество точек координатной плоскости график функции не задает. Например, кривая на рисунке 4 не является графиком функции - прямая АВ, параллельная оси ординат, пересекает ее в двух точках. Функции можно задавать при помощи таблицы.

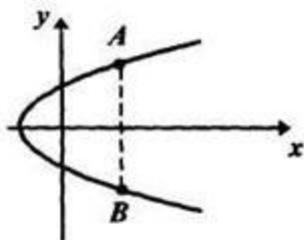


Рис.4

Например, таблица, приведенная ниже, описывает зависимость температуры воздуха от времени суток. Эта зависимость - функция, так как каждому значению времени t соответствует единственное значение температуры воздуха p ;

t (в часах)				
p (в градусах Цельсия)	3	7	5	3

Числовые функции обладают многими свойствами. Мы рассмотрим одно из них - свойство монотонности, так как понимание этого свойства учителем важно при обучении математике младших школьников.

Определение. Функция f называется монотонной на некотором промежутке A , если она на этом промежутке возрастает или убывает.

Определение. Функция f называется возрастающей на некотором промежутке A , если для любых чисел x_1, x_2 из множества A выполняется условие:

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).$$

График функции, возрастающей на промежутке A , обладает особенностью: при движении вдоль оси абсцисс слева направо по промежутку A ординаты точек графика увеличиваются (рис. 5).

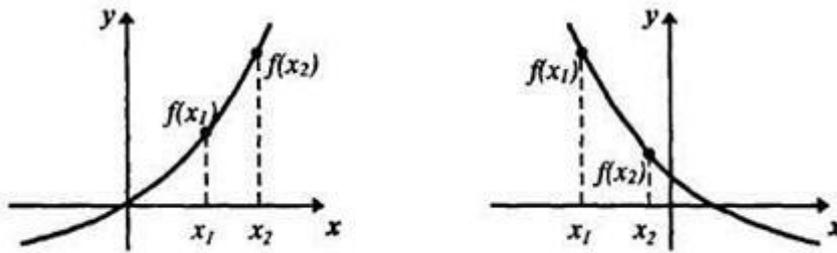


Рис. 5 Рис.6

Определение. Функция f называется убывающей на некотором промежутке A , если для любых чисел x_1, x_2 из множества A выполняется условие:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

График функции, убывающей на промежутке A , обладает особенностью: при движении вдоль оси абсцисс слева направо по промежутку A ординаты точек графика уменьшаются (рис.6).

Прямая и обратная пропорциональности

Если t - время движение пешехода (в часах), s - пройденный путь (в километрах), и он движется равномерно со скоростью 4 км/ч, то зависимость между этими величинами можно выразить формулой $s = 4t$. Так как каждому значению t соответствует единственное значение s , то можно говорить о том, что с помощью формулы $s = 4t$ задана функция. Ее называют прямой пропорциональностью и определяют следующим образом.

Определение. Прямой пропорциональностью называется функция, которая может быть задана при помощи формулы $y=kx$, где k - неравное нулю действительное число.

Название функции $y = kx$ связано с тем, что в формуле $y = kx$ есть переменные x и y , которые могут быть значениями величин. А если отношение двух величин равно некоторому числу,

отличному от нуля, их называют **прямо пропорциональными**. В нашем случае $\frac{y}{x} = k$ ($k \neq 0$). Это число называют **коэффициентом пропорциональности**.

Функция $y = kx$ является математической моделью многих реальных ситуаций, рассматриваемых уже в начальном курсе математики. Одна из них описана выше. Другой пример: если в одном пакете муки 2 кг, а куплено x таких пакетов, то всю массу купленной муки (обозначим ее через y) можно представить в виде формулы $y = 2x$, т.е. зависимость между количеством пакетов и всей массой купленной муки является прямой пропорциональностью с коэффициентом $k=2$.

Напомним некоторые свойства прямой пропорциональности, которые изучаются в школьном курсе математики.

1. Областью определения функции $y = kx$ и областью ее значений является множество действительных чисел.

2. Графиком прямой пропорциональности является прямая, проходящая через начало координат. Поэтому для построения графика прямой пропорциональности достаточно найти лишь одну точку, принадлежащую ему и не совпадающую с началом координат, а затем через эту точку и начало координат провести прямую.

Например, чтобы построить график функции $y = 2x$, достаточно иметь точку с координатами $(1, 2)$, а затем через нее и начало координат провести прямую (рис. 7).

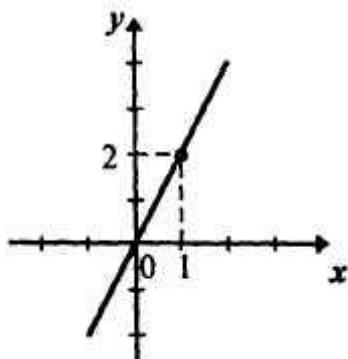


Рис.7

3. При $k > 0$ функция $y = kx$ возрастает на всей области определения; при $k < 0$ - убывает на всей области определения.

4. Если функция f - прямая пропорциональность и $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ - пары соответственных

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

значений переменных x и y , причем $x_2 \neq 0$ то

Действительно, если функция f - прямая пропорциональность, то она может быть задана формулой $y=kx$, и тогда $y_1 = kx_1, y_2 = kx_2$. Так как при $x_2 \neq 0$ и $k \neq 0$, то $y_2 \neq 0$. Поэто-

му $\frac{y_1}{y_2} = \frac{kx_1}{kx_2} = \frac{x_1}{x_2}$, и значит $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$.

Если значениями переменных x и y служат положительные действительные числа, то доказанное свойство прямой пропорциональности можно сформулировать так: с **увеличением (уменьшением) значения переменной x в несколько раз соответствующее значение переменной y увеличивается (уменьшается) во столько же раз.**

Это свойство присуще только прямой пропорциональности, и им можно пользоваться при решении текстовых задач, в которых рассматриваются прямо пропорциональные величины.

Задача 1. За 8 ч токарь изготовил 16 деталей. Сколько часов потребуется токарю на изготовление 48 деталей, если он будет работать с той же производительностью?

Решение. В задаче рассматриваются величины - время работы токаря, количество сделанных им деталей и производительность (т.е. количество деталей, изготавливаемых токарем за 1 ч), причем последняя величина постоянна, а две другие принимают различные значения. Кроме того количество сделанных деталей и время работы- величины прямо пропорциональные, так как их отношение равно некоторому числу, не равному нулю, а именно - числу деталей, изготавливаемых токарем за 1 ч. Если количество сделанных деталей обозначить буквой y , время работы x , а произ-

$$\frac{y}{x}$$

водительность - k , то получим, что $\frac{y}{x} = k$ или $y = kx$, т.е. математической моделью ситуации, представленной в задаче, является прямая пропорциональность.

Решить задачу можно двумя арифметическими способами:

1 способ: 2 способ:

1) $16:8 = 2$ (дет.) 1) $48:16 = 3$ (раза)

2) $48:2 = 24$ (ч) 2) $8 \cdot 3 = 24$ (ч)

Решая задачу первым способом, мы сначала нашли коэффициент пропорциональности k , он равен 2, а затем, зная, что $y = 2x$, нашли значение x при условии, что $y = 48$.

При решении задачи вторым способом мы воспользовались свойством прямой пропорциональности: во сколько раз увеличивается количество деталей, сделанных токарем, во столько же раз увеличивается и количество времени на их изготовление.

Перейдем теперь к рассмотрению функции, называемой обратной пропорциональностью.

Если t - время движения пешехода (в часах), v - его скорость (в км/ч) и он прошел 12 км, то

зависимость между этими величинами можно выразить формулой $v \cdot t = 20$ или $v = \frac{20}{t}$.

Так как каждому значению t ($t \neq 0$) соответствует единственное значение скорости v , то

можно говорить о том, что с помощью формулы $v = \frac{20}{t}$ задана функция. Ее называют обратной пропорциональностью и определяют следующим образом.

Определение. Обратной пропорциональностью называется функция, которая может

быть задана при помощи формулы $y = \frac{k}{x}$, где k - неравное нулю действительное число.

Название данной функции связано с тем, что в $y = \frac{k}{x}$ есть переменные x и y , которые могут быть значениями величин. А если произведение двух величин равно некоторому числу, отличному от нуля, то их называют обратно пропорциональными. В нашем случае $xy = k$ ($k \neq 0$). Это число k называют коэффициентом пропорциональности.

Функция $y = \frac{k}{x}$ является математической моделью многих реальных ситуаций, рассматриваемых уже в начальном курсе математики. Одна из них описана перед определением обратной пропорциональности. Другой пример: если купили 12 кг муки и разложили ее в l банок по y кг в каждую, то зависимость между данными величинами можно представить в виде $x \cdot y = 12$, т.е. она является обратной пропорциональностью с коэффициентом $k=12$.

Напомним некоторые свойства обратной пропорциональности, известные из школьного курса математики.

1. Областью определения функции $y = \frac{k}{x}$ и областью ее значений x является множество действительных чисел, отличных от нуля.

2. Графиком обратной пропорциональности является гипербола.

3. При $k > 0$ ветви гиперболы расположены в 1-й и 3-й четвертях и функция $y = \frac{k}{x}$ является убывающей на всей области определения x (рис. 8).

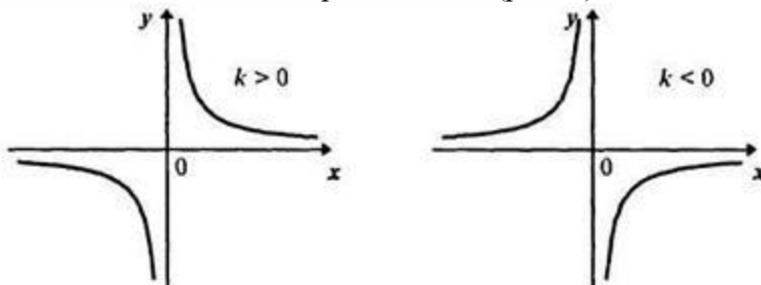


Рис. 8 Рис.9

При $k < 0$ ветви гиперболы расположены во 2-й и 4-й четвертях и функция $y = \frac{k}{x}$ является возрастающей на всей области определения x (рис. 9).

4. Если функция f - обратная пропорциональность и $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ - пары соответственных

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$$

значений переменных x и y , то

Действительно, если функция f - обратная пропорциональность, то она может быть задана

$$y = \frac{k}{x}, \text{ и тогда } y_1 = \frac{k}{x_1}, y_2 = \frac{k}{x_2}. \text{ Так как } x_1 \neq 0, x_2 \neq 0, x_3 \neq 0, \text{ то } \frac{y_2}{y_1} = \frac{k}{x_2} : \frac{k}{x_1} = \frac{k \cdot x_1}{x_2 \cdot k} = \frac{x_1}{x_2}$$

Если значениями переменных x и y служат положительные действительные числа, то это свойство обратной пропорциональности можно сформулировать так: с увеличением (уменьшением) значения переменной x в несколько раз соответствующее значение переменной y уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Это свойство присуще только обратной пропорциональности, и им можно пользоваться при решении текстовых задач, в которых рассматриваются обратно пропорциональные величины.

Задача 2. Велосипедист, двигаясь со скоростью 10 км/ч, проехал расстояние от А до В за 6 ч. Сколько времени потратит велосипедист на обратный путь, если будет ехать со скоростью 20 км/ч?

Решение. В задаче рассматриваются величины: скорость движения велосипедиста, время движения и расстояние от А до В, причем последняя величина постоянна, а две другие принимают различные значения. Кроме того, скорость и время движения - величины обратно пропорциональные, так как их произведение равно некоторому числу, а именно пройденному расстоянию. Если время движения велосипедиста обозначить буквой y , скорость - x , а расстояние АВ - k , то полу-

чим, что $xy = k$ или $y = \frac{k}{x}$, т.е. математической моделью ситуации, представленной в задаче, является обратная пропорциональность.

Решить задачу можно двумя способами:

1 способ: 2 способ:

$$1) 10 \cdot 6 = 60 \text{ (км)} \quad 1) 20 : 10 = 2 \text{ (раза)}$$

$$2) 60 : 20 = 3 \text{ (ч)} \quad 2) 6 : 2 = 3 \text{ (ч)}$$

Решая задачу первым способом, мы сначала нашли коэффициент пропорциональности k , он

равен 60, а затем, зная, что $y = \frac{k}{x}$, нашли значение y при условии, что $x = 20$.

При решении задачи вторым способом мы воспользовались свойством обратной пропорциональности: во сколько раз увеличивается скорость движения, во столько же раз уменьшается время на прохождение одного и того же расстояния.

Заметим, что при решении конкретных задач с обратно пропорциональными или прямо пропорциональными величинами накладываются некоторые ограничения на x и y , в частности, они могут рассматриваться не на всем множестве действительных чисел, а на его подмножествах.

Задача 3. Лена купила x карандашей, а Катя в 2 раза больше. Обозначьте число карандашей, купленных Катей через y , выразите y через x и постройте график установленного соответствия при условии, что $x \leq 5$. Является ли это соответствие функцией? Какова ее область определения и область значений?

Решение. Катя купила $y = 2x$ карандашей. При построении графика функции $y = 2x$ необходимо учесть, что переменная x обозначает количество карандашей и $x \leq 5$, значит, она может принимать только значения 0, 1, 2, 3, 4, 5. Это и будет область определения данной функции. Чтобы получить область значений данной функции, надо каждое значение x из области определения умножить на 2, т.е. это будет множество $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$. Следовательно, графиком функции $y = 2x$ с областью определения $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ будет множество точек, изображенных на рисунке 10. Все эти точки принадлежат прямой $y = 2x$.

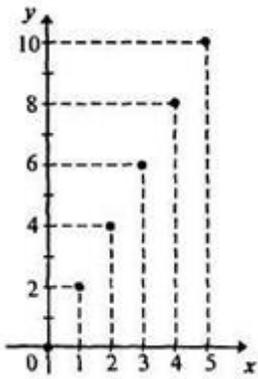


Рис. 10

Тема 4.6. Обучение решению задач с пропорциональными величинами.

Методика ознакомления учащихся с понятием зависимости между величинами (цена, количество, стоимость; скорость, время, расстояние и др.). Простые задачи на движение. Методика решения задач на нахождение четвёртой пропорциональной величины. Методика решения задач на пропорциональное деление. Методика решения задач на нахождение неизвестного по двум разностям.

Особую сложность для младших школьников представляют задачи с пропорциональными величинами. Но именно задачи с пропорциональной зависимостью готовят учащихся к обучению математике в среднем и старшем звене школы.

Среди этих задач методист Н.Б.Истомина выделяет такие основные виды:

1. задачи на нахождение четвертого пропорционального;
2. задачи на пропорциональное деление;
3. задачи на нахождение неизвестного по двум разностям[6].

В задачах, как мы увидели в учебниках математики третьих и четвертых классов, рассматриваются группы пропорциональных величин: масса одного предмета, число предметов, общая масса; емкость одного сосуда, число сосудов, общая емкость; выработка в единицу времени, время работы, общая выработка; расход материи на одну вещь, количество вещей, общий расход материи и т. д.

Мы выделили основные процессы, изучаемые с помощью задач с пропорциональной зависимостью, по степени частотности их использования при решении задач и составили таблицу. В таблице хорошо прослеживается, на наш взгляд, зависимость между величинами в этих процессах.

<i>Процесс</i>			
<i>купля-продажа</i>	цена	количество	стоимость
<i>движение</i>	скорость	время	расстояние (путь)
<i>работа</i>	производительность	время	объем работы

--	--	--	--

Рассмотрим перечисленные нами виды задач и приведем образцы.

Задачи на нахождение четвертого пропорционального.

К задачам такого вида относятся задачи, в которых рассматриваются две прямо и обратно пропорциональные величины при постоянной третьей. В них известно одно значение одной величины и два значения другой и требуется найти второе значение другой. Для демонстрации таких видов задач методист Н.Б.Истоминой предложены таблицы:

Величины			
	Цена	Количество	Стоимость
1	Постоянная	Даны два значения	Дано одно значение, а другое является искомым
2	Постоянная	Дано одно значение, а другое является искомым	Даны два значения
3	Даны два значения	Постоянное	Дано одно значение, а другое является искомым
4	Дано одно значение, а другое является искомым	Постоянное	Даны два значения
5	Даны два значения	Дано одно значение, а другое является искомым	Постоянная
6	Дано одно значение, а другое является искомым	Даны два значения	Постоянная

[6]

Рассмотрим этот вид на примере процесса купля-продажа с величинами - количество, цена, стоимость.

Задача: За 6 карандашей заплатили 40 руб. Сколько стоят 3 таких карандаша?

Итак, здесь три величины, одна из них постоянна, а две другие – переменные. Известно два значения одной из них (количества) и одно значение другой (стоимости). Это задача на нахождение четвертого пропорционального. Обозначим k – цена, x – количество, y – стоимость, так как формула пропорциональной зависимости $y=kx$, где x – независимая переменная, y – функция, k – действительное число. Возьмем два значения количества $x_1; x_2$, соответствующие значения $y_1 = k_1x(1), y_2 = k_2x(2)$. Поделим равенство (2) на равенство (1): $y_1/y_2 = x_1/x_2$.

Получим равенство двух отношений, или пропорцию, в которой известны три значения (y_1, x_1, x_2) , находим четвертый пропорциональный. Используя любые три величины, связанные пропорциональной зависимостью, можно составить шесть видов задач на нахождение четвертого пропорционального.

Т.Е.Демидова, А. П. Тонких считают, что «на первом этапе обучения новому типу задач целесообразно подвести учащихся к самостоятельному нахождению способа решения на основе выполнения системы практических действий, которые служат средством анализа, выявления отношений между предметами. После практических упражнений полезно предложить задачи с сюжетом, которые представляют большую трудность. В связи с этим необходимо использовать схемы, рисунки, чертежи, возникающие в совместной деятельности»[4].

Итак, здесь три величины, одна из них постоянна, а две другие – переменные. Известно два значения одной из них (количества) и одно значение другой (стоимости). Ясно, что стоимость карандашей уменьшится во столько же раз, во сколько уменьшится их количество. Это можно увидеть в таблице:

Цена	Количество	Стоимость
одинаковая	6 карандашей	40 рублей
	3 карандаша	?

Следовательно можно записать и решение по действиям с пояснениями:

1) $6 : 3 = 2$ (раза) – во столько раз карандашей стало меньше;

2) $40 : 2 = 20$ (р.) – стоимость трех карандашей.

Ответ: 20 рублей.

Задачи на пропорциональное деление.

К задачам этой группы относятся задачи, в которых данное значение некоторой величины требует разделить на части пропорционально заданным числам. В некоторых из них части представлены ясно, а в других эти части надо суметь выделить, приняв одно из значений этой величины за одну часть и определив, сколько таких частей приходится на другие ее значения:

Величины			
	Цена	Количество	Стоимость
1	Постоянная	Даны два значения	Дано одно значение, а другое является искомым
2	Постоянная	Дано одно значение, а другое является искомым	Даны два значения
3	Даны два значения	Постоянное	Дано одно значение, а другое является искомым
4	Дано одно значение, а другое является искомым	Постоянное	Даны два значения

[6]

В основе задач на пропорциональное деление лежат задачи на нахождение четвертого пропорционального. К этой группе относятся следующие виды задач:

- задачи на части, или задачи, решаемые делением пропорционально ряду данных чисел;

- задачи на нахождение чисел по сумме и кратному отношению;

- задачи, решаемые делением числа пропорционально нескольким рядам чисел.

«Основным признаком задач на пропорциональное деление является содержащееся в них требование распределить одно числовое значение величины (например, стоимости) пропорционально данным числам (например, числу предметов в одной совокупности и числу предметов в другой совокупности)» - указывает А.В.Белошистая [3].

Задачи на части, или задачи, решаемые делением пропорционально ряду данных чисел.

К задачам данного типа относятся задачи, в которых значение некоторой величины нужно разделить на части прямо пропорционально ряду чисел. Приведем образец такой задачи.

Задача: Туристическая фирма располагает четырьмя базами отдыха, которые имеют корпуса одинаковой вместимости. На территории 1-й базы отдыха расположены 6 корпусов, 2-й – 4 корпуса, 3-й – 5 корпусов, 4-й – 7 корпусов. Сколько отдыхающих может разместиться на каждой базе, если на всех 4 базах может разместиться 2112 человек?

Чтобы ответить на вопрос задачи, сколько отдыхающих может разместиться на каждой базе, нужно знать, сколько отдыхающих разместиться в одном корпусе, а также, сколько корпусов расположено на территории каждой базы. Число корпусов на каждой базе дано в условии. Чтобы узнать, сколько отдыхающих может разместиться в одном корпусе, надо знать, сколько отдыхающих может разместиться на всех 4 базах (это дано в условии) и сколько корпусов расположено на территории всех 4 баз. Последнее можно определить, зная из условия, сколько корпусов расположено на территории каждой базы.

Запишем, в соответствии с этим решение с пояснениями:

- 1) $6 + 4 + 5 + 7 = 22$ (к.) – расположено на территории 4 баз;
- 2) $2112 : 22 = 96$ (ч.) – может разместиться в одном корпусе;
- 3) $96 \cdot 6 = 576$ (ч.) – может разместиться на первой базе;
- 4) $96 \cdot 4 = 384$ (ч.) – может разместиться на второй базе;
5. $96 \cdot 5 = 480$ (ч.) – может разместиться на третьей базе;
6. $96 \cdot 7 = 672$ (ч.) – может разместиться на четвертой базе.

Ответ: на первой базе может разместиться 576 отдыхающих, на второй – 384 отдыхающих, на третьей – 480 отдыхающих, на четвертой – 672 отдыхающих.

Задачи на нахождение чисел по сумме и кратному отношению.

Чаще задачи этого вида можно увидеть в учебниках программ развивающего обучения - "Гармония" (учебник Н.Б.Истоминой, "Школа 2000..." (учебник Л.Г.Петерсон) и др.

Задача: На оборудование детской площадки, теплицы и спортивного зала администрацией школы было израсходовано 49 000 р. Оборудование детской площадки обошлось вдвое дешевле, чем теплицы, а теплицы в 3 раза дешевле, чем спортивного зала и детской площадки вместе. Сколько денег было израсходовано на оборудование каждого из указанных объектов?

Чтобы узнать количество денег, израсходованных на оборудование каждого объекта, надо знать, сколько частей всех израсходованных денег приходилось на оборудование каждого объекта и сколько рублей приходилось на каждую часть. Число частей израсходованных денег на оборудование каждого объекта определяется из условия задачи. Определив число частей на оборудование каждого объекта в отдельности, а затем, найдя их сумму, вычислим величину одной части.

Принимаем за одну часть - количество денег, израсходованных на оборудование детской площадки. По условию на оборудование теплицы израсходовано в 2 раза больше, т.е. $1 \cdot 2 = 2$ (ч.); на оборудование детской площадки и спортивного зала вместе израсходовано в 3 раза больше, чем на теплицу, т.е. $2 \cdot 3 = 6$ (ч.), следовательно, на оборудование спортивного зала израсходовали $6 - 1 = 5$ (ч.)

На оборудование детской площадки израсходована одна часть, теплицы – 2 части, спортивного зала – 5 частей. Весь расход составлял

$$1 + 2 + 5 = 8(\text{ч.})$$

8 частей составляют 49000 р., одна часть меньше этой суммы в 8 раз: $49000 : 8 = 6125$ (р.). Следовательно, на оборудование детской площадки израсходовали 6125 р.

$$\begin{aligned} &\text{На оборудование теплицы израсходовано в 2 раза больше: } 6125 \cdot 2 = \\ &= 12250 \text{ (р.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{На оборудование спортивного зала израсходовано 5 частей: } 6125 \cdot 5 = \\ &= 30625 \text{ (р.)} \end{aligned}$$

Ответ: 6125 рублей; 12250 рублей; 30625 рублей.

Существуют и задачи, решаемые делением числа пропорционально нескольким рядам чисел.

К задачам данного типа относятся задачи, в которых значение некоторой величины нужно разделить на части пропорционально нескольким рядам чисел.

Задача: Двое рабочих получили 1800 р. Один работал 3 дня по 8 ч, другой 6 дней по 6 ч. Сколько заработал каждый, если за 1 ч работы они получали поровну?

Чтобы узнать, сколько получал каждый рабочий, надо знать сколько рублей платили за 1 ч работы и сколько часов работал каждый рабочий. Чтобы узнать, сколько рублей платили за 1 ч работы, надо знать, сколько заплатили за всю работу (дано в условии) и сколько часов работали оба рабочих вместе. Чтобы узнать общее число часов работы, надо знать о том, сколько часов работал каждый, а для этого необходимо знать - сколько дней работал каждый и по сколько часов в день. Эти данные в условии имеются. Запишем решение по действиям с пояснением:

- 1) $8 \cdot 3 = 24$ (ч) – работал первый рабочий;
- 2) $6 \cdot 6 = 36$ (ч) – работал второй рабочий;
- 3) $24 + 36 = 60$ (ч) – работали оба рабочих вместе;
- 4) $1800 : 60 = 30$ (р.) – получали оба рабочих за 1 ч работы;
- 5) $30 \cdot 24 = 720$ (р.) – заработал первый рабочий;
- 6) $30 \cdot 36 = 1080$ (р.) – заработал второй рабочий.

Ответ: первый рабочий заработал 720 рублей; а второй - 1080 рублей.

Задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

К задачам данного вида относятся задачи, в которых рассматривается две прямо и обратно пропорциональные величины, такие, что известны два значения одной величины и разность соответствующих значений другой величины, а требуется найти сами величины.

Величины			
	Цена	Количество	Стоимость
1	Постоянная	Даны два значения	Дано одно значение, а другое является искомым
2	Постоянная	Дано одно значение, а другое является искомым	Даны два значения

[6]

Задача: Два поезда прошли с одинаковой скоростью – один 837 км, другой 248 км, причем первый был в пути на 19 ч больше второго. Сколько часов был в пути каждый поезд?

Для ответа на вопрос задачи, сколько часов был в пути тот или другой поезд, надо знать пройденное им расстояние и скорость. Расстояние дано в условии. Чтобы узнать скорость, надо знать расстояние и время, за которое это расстояние пройдено. В условии сказано, что первый поезд шел на 19 ч дольше - это первая разность между величинами в данной задаче, а пройденное им за это время расстояние можно найти - это и будет вторая разность. Используя две разности, вычислим скорость первого поезда, а уже следующими действиями - время движения поездов.

Запишем решение по действиям с пояснениями:

- 1) $837 - 248 = 589$ (км) – на столько километров больше прошел первый поезд;
- 2) $589 : 19 = 31$ (км/ч) – скорость первого поезда;
- 3) $837 : 31 = 27$ (ч) – был в пути первый поезд;
4. $248 : 31 = 8$ (ч) – был в пути второй поезд.

Ответ: первый поезд был в пути 27 часов, второй поезд - 8 часов.

Исходя из материалов проанализированной нами методической литературы, мы можем сказать, что задачи с пропорциональной зависимостью, решаемые в младших классах, имеют следующую классификацию:

- 1) задачи на нахождение четвертого пропорционального;
- 2) задачи на пропорциональное деление:
 - задачи на части, или задачи, решаемые делением пропорционально ряду данных чисел;
 - задачи на нахождение чисел по сумме и кратному отношению;
 - задачи, решаемые делением числа пропорционально нескольким рядам чисел;
- 3) задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

1.3. Методические приемы обучения младших школьников решению тестовых задач с пропорциональной зависимостью

«В традиционном российском школьном обучении математике текстовые задачи всегда занимали особое место. С одной стороны, практика применения текстовых задач в процессе обучения во всех цивилизованных государствах идет от глиняных табличек Древнего Вавилона и других древних письменных источников, то есть имеет родственные корни. С другой - пристальное внимание учителей к текстовым задачам, которое было характерно для России, почти исключительно российский феномен.

Известно, что исторически долгое время математические знания передавались из поколения в поколение в виде списка задач практического содержания вместе с их решениями. Первоначально обучение математике велось по образцам. Ученики, подражая учителю, решали задачи на определенное правило. [7]» - так описывает работу по обучению школьников решению задач Ю.М.Колягин. Но современное образование давно отошло от таких методов обучения, они не возможны сейчас. Рассмотрим в своей работе наиболее эффективные условия для обучения учащихся начальной школы решению задач определенного вида - задач с пропорциональной зависимостью, которые являются для детей наиболее сложными.

По мнению Н.Б.Истоминой: «Одна из причин возникающих у детей трудностей в процессе решения этих задач заключается в том, что понятие «пропорциональная зависимость» не является предметом специального усвоения» [6].

Методисты М.А.Бантова, Г.В.Бельтюкова, подробно раскрывая методику работы с задачами с пропорциональной зависимостью утверждают то, что «связи между пропорциональными величинами раскрываются с помощью решения простых задач на нахождение одной из величин по данным, соответствующим значениям двух других величин (например, задачи на нахождение стоимости по известным цене и количеству)» [2]. Составим такие задачи в соответствии с теми процессами и характеризующими их величинами, которые мы изложили в предыдущем параграфе исследования:

- 1) Ручка стоит 8 рублей. Дима купил 3 такие ручки. Сколько денег заплатил Дима за покупку?
- 2) Вася купил 2 пирожка с мясом, заплатив за них 18 рублей. Какова цена пирожка?
- 3) Таня купила блокноты, заплатив 24 рубля. Сколько блокнотов купила Таня, если цена каждого - 6 рублей?

При решении подобных простых задач с пропорциональными величинами целесообразно использовать такие методические приемы обучения решению текстовых задач, которые способствуют формированию у учащихся представлений о пропорциональной зависимости величин. Некоторые из них мы уже указывали в первом параграфе исследования.

В числе приемов, которые советуют применять математики Л.Н.Скаткин, Т.К.Жикалкина можно назвать:

- - изменение одного из данных задачи;
- - сравнение результатов решения задач, в которых изменяется одно из данных;
- - интерпретация задачи в виде схемы, запись задачи в таблице;
- - анализ текстов задач с недостающими и лишними данными [6].

Например, учащимся можно предложить задачи с недостающими данными, при анализе которых они, пользуясь житейскими представлениями, сами употребляют термин «зависит».

Задача: Маша купила 5 тетрадей в клетку и 2 блокнота. За что она заплатила денег больше, за тетради или за блокноты?

Анализируя текст этой задачи, учащиеся могут обнаружить, что в них не хватает данных, и что ответить на вопрос задачи они не могут. Учащиеся ответят: «Это зависит от того, сколько стоит 1 тетрадь и 1 блокнот» и т. д. Для разъяснения учащимся смысла понятия «зависит», по нашему мнению, необходимо проследить, как изменяется одна величина в зависимости от изменения другой при постоянной третьей. Для этой цели можно воспользоваться приведенной задачей, дополнив ее условие.

Задача: В палатку привезли 6 ящиков апельсинов. Сколько килограмм апельсинов привезли в палатку?

Учащиеся быстро обнаруживают, что ответить на вопрос задачи нельзя, так как неизвестна масса одного ящика. Выделенные величины полезно зафиксировать в таблице, т.е. задачу мы будем моделировать, интерпретируя ее в виде таблицы :

Масса ящика (кг)	Количество ящиков (ящ.)	Общая масса (кг)
	6	?

Дети могут дополнить условие и решить задачу. Затем надо проследить, как будет изменяться общая масса в зависимости от изменения массы одного ящика при постоянном их количестве или в зависимости от изменения количества ящиков при постоянной массе одного ящика. Для этого также целесообразно использовать таблицу:

Масса одного ящика (кг)	Количество ящиков (ящ.)	Общая масса (кг)
3	6	18
6	6	36
9	6	54
12	6	72

Рассматривая предлагаемую таблицу, стоит обсудить вопросы:

- 1) Какая величина не изменяется?
- 2) Какие величины изменяются?
- 3) Во сколько раз масса шести ящиков больше, чем масса двух ящиков?
- 4) Во сколько раз масса четырех ящиков меньше, чем масса двенадцати ящиков?

Аналогичные наблюдения следует провести при условии изменения количества ящиков, но при постоянной массе одного.

Затем полезно рассмотреть обратную ситуацию, предложив школьникам такую задачу:

24 кг помидоров разложили в 2 ящика, в 4 ящика, в 6 ящиков, в 3 ящика, в 8 ящиков. Сколько килограммов помидоров в одном ящике?

Масса одного ящика (кг)	Количество ящиков (ящ.)	Общая масса (кг)
?	2	24
?	4	24
?	6	24

?	3	24
?	8	24

При анализе данной таблицы выясняется:

- 1) Какая величина не изменяется?
- 2) Какие величины изменяются?
- 3) Как они изменяются?

Зависимость между количеством ящиков и массой одного ящика при постоянной общей массе можно смоделировать с помощью схемы. Для этого в тетради ученики могут изобразить 5 отрезков по 24 клетки, каждый из которых они делят на 2, на 4, на 6, на 3, на 8 одинаковых частей.

Анализ схемы позволит детям осознать зависимость между количеством ящиков и массой одного ящика при постоянной общей массе.

Использование перечисленных нами методических приемов (изменение одного из данных, интерпретация задачи в виде таблицы) при решении простых задач подготовит учащихся к решению составных задач с пропорциональными величинами.

Для того чтобы дети не подходили формально к решению этих задач, необходимо варьировать в их сюжетах постоянную величину. Тогда запись задачи в таблице и ее схематическая интерпретация будут восприниматься ребенком с необходимостью, и активизировать его мыслительную деятельность. В противном случае он будет ориентироваться на образец.

Естественно, такой подход к решению задач с пропорциональными величинами пишут С.А.Зайцева и И.Б.Румянцева, возможен в том случае, «если с самого начала знакомства с задачей велась целенаправленная работа по формированию у младших школьников умений анализировать текст задачи, выявлять в нем математические отношения, устанавливать взаимосвязь между данными и искомыми величинами и соотносить текстовую и схематическую модель задачи» [5].

Кроме этого, авторы советуют «при решении задач на нахождение четвертого пропорционального использовать различные способы ее решения.

1. Способ прямого приведения к единице»[5].

Этот способ состоит в том, что сначала узнают значение единицы одной из пропорциональных величин, затем значение указанного в условии количества. К единице приводят величину, для которой даны оба значения. Рассмотрим на примере.

Задача: На 6 одинаковых платьев израсходовали 30 м ткани. Сколько ткани потребуется на изготовление 3 таких платьев?

В этой задаче известны два значения количества и одно значение общего расхода. При решении способом прямого приведения к единице сначала находим расход на 1 платье:

$$(30 : 6) \cdot 3 = 15 \text{ (м)}.$$

В качестве тренировочных учащиеся выполняют творческие задания на составление задач по выражениям, например $84 : 6 \cdot 10$, после того как учитель предложит тему, т. е. укажет, о каких величинах пойдет речь.

2. Способ обратного приведения к единице.

Среди задач на нахождение четвертого пропорционального (на тройное правило) встречаются те, которые наиболее рационально решать способом обратного приведения к единице. С ним также следует познакомить детей. Он сводится к нахождению соответствующего значения единицы той величины, для которой в условии указано лишь одно данное (одно значение). Она выявляется при записи в виде таблицы.

Сопоставим два способа решения одной и той же задачи.

Производительность	Время работы	Объем работы
	6 ч	60 пл.
Одинаковая	?	80 пл.

Из таблицы видно, что дано одно значение времени, и два числа, обозначающих объем работы, т.е. сшитых детских платьев.

Решая способом обратного приведения к единице нужно узнать, сколько за один час можно сшить таких платьев.

Сравним два способа решения.

Способ прямого приведения к единице	Способ обратного приведения к единице
1. За какое время мастер сошьет одно детское платье. $6 \text{ ч} = 360 \text{ мин}$ $360 : 60 = 6 \text{ (мин)}$ 2. $6 \cdot 80 = 480 \text{ (мин)}$ $480 \text{ мин} = 8 \text{ ч.}$	1. $60 : 6 = 10 \text{ (пл.)}$ – сошьет мастер за один час. 2. $80 : 10 = 8 \text{ (ч)}$ – время, за которое мастер сошьет 80 детских платьев.

Задача: Для засолки 12 кг огурцов разложили в 6 одинаковых банок. Сколько потребуется таких банок, чтобы разложить 24 кг огурцов?

Масса огурцов в 1 банке	Количество банок	Масса огурцов
Одинаковая	6	12 кг
	?	24 кг

Ученики могут пытаться решить эту задачу способом обратного приведения к единице: узнать массу огурцов в 1 банке ($12 : 6 = 2 \text{ (кг)}$), а затем определить число банок, которое потребуется, чтобы засолить 24 кг ($24 : 2 = 12 \text{ (б.)}$)

Анализируя условие задачи, учащиеся убеждаются, что нельзя узнать, сколько требуется банок для засола 1 кг огурцов. Дети, более внимательные, вместе с учителем устанавливают зависимость между величинами: с увеличением массы возрастает и количество необходимых банок. Школьники определяют, сколько раз по 12 содержится в 24 кг, т. е. во сколько раз 24 больше 12, значит и банок получится во столько же раз больше.

Решение: $6 \cdot (24 : 12) = 12 \text{ (б.)}$

Проанализируем способ решения задачи на пропорциональное деление на примере следующей задачи.

Задача: Двум семьям нужно уплатить в месяц за газ 70 рублей. В одной семье 4 человека, а в другой 3 человека. Сколько должна уплатить в месяц каждая семья?

В ходе решения этой задачи требуется 70 рублей представить в виде суммы двух слагаемых пропорционально числу людей каждой семьи. После того как будет вычислено, что всего в двух квартирах проживают $3 + 4 = 7$ человек, предстоит ответить на следующие вопросы:

1. 7 человек должны уплатить 70 руб. Сколько должны уплатить 4 человека?
2. 7 человек должны уплатить 70 руб. Сколько должны уплатить 3 человека?

Составлены две задачи на нахождение четвертого пропорционального.

Подвести учащихся к самостоятельному решению задач на пропорциональное деление можно через преобразование задач на нахождение четвертого пропорционального или в результате составления задачи по рисунку:

- Что могут обозначать квадраты? (Ящики.)
- Что обозначает число 70 кг? (Массу продуктов.)
- Составьте задачу.

Дети способны предложить, например, такой вариант: «С одной грядки собрали 4 одинаковых ящика огурцов, а с другой 3 таких же ящика. Всего собрали 70 кг огурцов. Сколько огурцов собрали с каждой грядки?»

Решение задачи можно записать в виде выражений:

$$70 : (4 + 3) \cdot 4$$

$$70 : (4 + 3) \cdot 3$$

Также можно использовать данные способы и при решении задач на нахождение неизвестного по двум разностям.

При решении задач на пропорциональное деление, в содержание которых входят цена, количество, стоимость, приходится сумму двух значений количества предметов распределять прямо пропорционально двум числам. Если в каждом из рассмотренных случаев заменить сумму двух количеств их разностью, можно получить четыре различных вида задач с пропорциональными величинами. Одним из данных в них будет разность двух значений какой-либо из указанных выше величин. Таким образом, мы получили задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

Покажем на конкретном примере взаимосвязь задач на пропорциональное и деление и задач, имеющих в качестве одного из данных разность двух значений определенной пропорциональной величины.

Задача: Купили 7 м шелка и 5 м шерстяной ткани по одинаковой цене. За всю ткань заплатили 360 рублей. Сколько денег заплатили за шелк и за шерстяную ткань отдельно?

В беседе целесообразно выяснить, что в задаче известно, что требуется узнать, и записать ее текст кратко:

7 м шелка ?

360 руб.

5 м шерстяной ткани ?

Можно и предлагать начертить схему.

Решение записывается в виде выражений:

$$360 : (7 + 5) \cdot 7$$

$$360 : (7 + 5) \cdot 5$$

Ответ: 210 рублей заплатили за 7 м шелка,

150 рублей заплатили за 5 м шерстяной ткани.

Чтобы установить связь между условием задачи и способом решения, обычно проводится анализ решения.

- Что означает число 360? (Сумму стоимости двух различных групп предметов.)
- Что получаем в результате деления суммы стоимости на сумму предметов? (Цену.)
- Цену умножаем на число предметов, что получаем? (Стоимость.)

Используя текст данной задачи, под руководством учителя учащиеся могут составить обратную. Вместо знаков вопроса ставят полученные ответы, число 360 стирают, получают такую запись:

7 м шелка 210 р.

5 м шерстяной ткани 150 р.

Вначале целесообразно выяснить, почему же за 7 м шелка заплатили больше, чем за 5 м шерстяной ткани, и на сколько больше. Заносят данные в таблицу, преобразуют ее и получают такую:

7 м шелка на 60 рублей больше ?

5 м шерстяной ткани ?

По полученной краткой записи дети составляют задачу: «Купили 7 м шелка и 5 м шерстяной ткани по одинаковой цене. За шелк заплатили на 60 рублей больше, чем за шерстяную ткань. Сколько денег заплатили за шелк и шерстяную ткань отдельно?»

Решение записывается в виде выражений:

$$60 : (7 - 5) \cdot 7$$

$$60 : (7 - 5) \cdot 5$$

Выяснение того, что обозначает каждое число в этих выражениях необходимо для осознанной работы. Далее учащиеся вычисляют их значения и дают ответ на вопрос задачи.

Следовательно, как мы узнали, для наиболее успешной работы над формированием у младших школьников навыка решения задач с пропорциональной зависимостью целесообразно вести систематическую, целенаправленную методическую деятельность при которой важно применять систему методических приемов.

Тема 4.7. Натуральное число как мера величины.

Понятие положительной скалярной величины и её измерения. Смысл натурального числа, полученного в результате измерения величин. Смысл суммы и разности. Смысл произведения и частного натуральных чисел, полученных в результате измерения величин.

Величины представляют собой особые свойства окружающих нас предметов и явлений и проявляются при сравнении предметов и явлений по этому свойству, причем каждая величина связана с определенным способом сравнения. Величины, которые выражают одно и то же свойство объектов, называются величинами одного рода или однородными величинами. Если величины выражают разные свойства объекта, то их называют величинами разного рода, или разнородными величинами.

Некоторые свойства однородных величин:

1. Для величин одного рода имеют место отношения «равно», «меньше» и «больше», и для любых величин A и B справедливо одно и только одно из отношений: $A < B$, $A = B$, $A > B$.

2. Отношение «меньше» для однородных величин транзитивно: если $A < B$ и $B < C$, то $A < C$.

3. Величины одного рода можно складывать, в результате сложения получается величина того же рода. Т.е. для любых двух величин A и B однозначно определяется величина $C = A + B$, которую называют суммой величин A и B . Сложение величин коммутативно и ассоциативно: $A + B = B + A$; $(A + B) + C = A + (B + C)$.

4. Величины одного рода можно вычитать, получая в результате величину того же рода. Определяют вычитание через сложение. Разностью величин A и B называется такая величина $C = A - B$, что $A = B + C$. Разность величин A и B существует тогда и только тогда, когда $A > B$.

5. Величину можно умножать на положительное действительное число, в результате получают величину того же рода. Или, для любой величины A и любого положительного действительного числа x существует единственная величина $B = x \cdot A$, которую называют произведением величины A на число x .

6. Величины одного рода можно делить, получая в результате число. Определяют деление через умножение величины на число. Частным величин A и B называется такое положительное действительное число $x = A : B$, что $A = x \cdot B$.

Если задана величина A и выбрана единица величины E (того же рода), то измерить величину A – это значит найти такое положительное действительное число x , что $A = x \cdot E$. Число x называется численным значением величины A при единице величины E . Оно показывает, во сколько раз величина A больше (или меньше) величины E , принятой за единицу измерения. Число x называют также мерой величины A при единице E и пишут $x = mE(A)$.

Величина, которая определяется одним численным значением, называется скалярной величиной. Если при выбранной единице измерения скалярная величина принимает только положительные численные значения, то ее называют положительной скалярной величиной. Положитель-

ными скалярными величинами являются длина, площадь, объем, масса, время, стоимость и количество товара и др.

Смысл натурального числа, полученного в результате измерения величины. Смысл суммы и разности

Определение. Считают, что отрезок x состоит из отрезков x_1, x_2, \dots, x_n , если он является их объединением и никакие два из них не имеют общих внутренних точек, хотя и могут иметь общие концы. В этом же случае говорят, что отрезок разбит на отрезки x_1, x_2, \dots, x_n .

Пусть задан отрезок x , его длину обозначим X . Выберем из множества отрезков некоторый отрезок e , назовем его единичный отрезок, а длину обозначим буквой E .

Определение. Если отрезок x состоит из a отрезков, каждый из которых равен единичному отрезку e , то число a называют численным значением длины X данного отрезка при единице длины E . Пишут: $X = a \cdot E$ или $a = mE(X)$.

Например, отрезок x состоит из 6 отрезков, равных отрезку e . Если длину единичного отрезка обозначить буквой E , а длину отрезка x – буквой X , то можно написать, что $X = 6E$ или $6 = mE(X)$.

Из данного определения получаем, что натуральное число как результат измерения длины отрезка (или как мера длины отрезка) показывает, из скольких единичных отрезков состоит отрезок, длина которого измеряется. При выбранной единицы длины E это число единственное.

Замечания. 1. При переходе к другой единице длины численное значение длины отрезка изменяется, хотя сам отрезок остается неизменным.

2. Если отрезок x состоит из a отрезков, равных e , а отрезок y – из b отрезков, равных e , то $a = b \Leftrightarrow x = y$.

Теорема. Если отрезок x состоит из отрезков u и z , и длины этих отрезков выражаются натуральными числами, то мера длины отрезка x равна сумме мер длин его частей. Из теоремы следует, что сумму натуральных чисел a и b можно рассматривать как меру длины отрезка x , состоящего из отрезков u и z , мерами длин которых являются числа a и b .

Теорема. Если отрезок x состоит из отрезков u и z и длины отрезков x и u выражаются натуральными числами, то мера длины отрезка z равна разности мер длины отрезков x и u . Из теоремы следует, что разность натуральных чисел a и b можно рассматривать как меру длины такого отрезка z , что $z + u = x$, если мера длины отрезка x равна a , мера длины отрезка u равна b .

Смысл произведения и частного натуральных чисел, полученных в результате измерения величин

Теорема. Если отрезок x состоит из a отрезков, длина которых равна E , а отрезок E состоит из b отрезков, длина которых равна E_1 , то мера длины отрезка x при единице длины E_1 равна ab . Из теоремы следует, что умножение натуральных чисел связано с переходом в процессе измерения к новой единице длины: если натуральное число a – мера длины отрезка x при единице длины E , натуральное число b – мера длины E при единице длины E_1 , то произведение ab – это мера длины отрезка x при единице длины E_1 .

Теорема. Если отрезок x состоит из a отрезков, длина которых равна E , а отрезок длины E_1 состоит из b отрезков длины E , то мера длины отрезка x при единице длины E_1 равна $a:b$. Из этой теоремы следует, что деление натуральных чисел связано с переходом в процессе измерения к новой единице длины: если натуральное число a – мера длины отрезка x при единице длины E , натуральное число b – мера длины E_1 при единице длины E , то частное $a:b$ – это мера длины отрезка x при единице для

Тема 4.8. Изучение величин в начальной школе.

Величины, изучаемые в курсе математики начальной школы. Длина и её измерение. Знакомление младших школьников с понятиями «масса тела» и «ёмкость». Единицы измерения массы и их соотношение. Обучение арифметическим действиям с величинами, выраженными в единицах измерения массы и ёмкости. Методика изучения площади геометрических

фигур. Единицы измерения площади и их соотношение. Методика формирования временных представлений в начальном курсе математики. Единицы измерения времени и их соотношение. Решение задач нахождение длительности событий.

ТЕМА 9: МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ОСНОВНЫХ ВЕЛИЧИН В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

План:

1. Общая характеристика методики рассмотрения основных величин и их измерения
2. Методическая схема изучения величин.
3. Формирование представлений о длине и площади, массе, времени, емкости.
4. Требования к знаниям и умениям учащихся по теме.

Вопросы для самоконтроля.

1. Виды основных величин, их особенности. Схема изучения величин.
2. Особенности изучения мер времени, трудности и пути их преодоления.
3. Единица измерения длины, площади, массы, емкости.

Литература - (1), (2), (3), (4), (5), (6),(7), (8), (9), (10)

Ключевые понятия.

- Величина - особые свойства реальных объектов или явлений.
- Основные величины - длина, стоимость, объём, площадь, масса, скорость, время.
- Изучение величин - одно из средств связи **математики** с жизнью.

I. Общая характеристика методике рассмотрения основных величин и их измерения

В начальных классах рассматриваются следующие величины:

Длина, площадь, масса, емкость, время и другие. Величины – важнейшее понятие **математики**, развивают пространственное представление, вооружают практическими навыками, являются средствами связи обучения с жизнью.

Изучаются с 1 по 4 классы, в тесной связи с изучением целых чисел и дробей, новые единицы измерения вводятся вслед за введением соответственных счетных единиц. Образование, запись и чтение именованных чисел изучается параллельно с нумерацией отвлеченных чисел.

Измерительные и графические работы, как наглядное средство, используется при решении задач. (Проводятся конкретные задачи и упражнения на величина)

II. Методическая схема изучения величин состоит из следующих этапов:

1. Выяснение и уточнение имеющихся у детей представлений о данной величине (обращение к опыту ребенка)
2. Сравнение однородных величин (визуально, с помощью ощущений, наложением, путем использования различных мерок)

3. Знакомство с единицей измерения данной величины и с измерительным прибором.
4. Формирование измерительных умений и навыков
5. Сложение и вычитание однородных величин, выраженных в единицах одного наименования (в связи с решением задач).
6. Знакомство с новыми единицами величины в тесной связи с изучением нумерации по-концентром, перевод однородных величин в другие и наоборот.
7. Сложение и вычитание величин, выраженных единицах двух наименований.
8. Умножение и деление величин на число.

III. Формирование представлений о длине, площади, массе, времени, емкости.

Каждую величину изучаем по вышеизложенной методической схеме.

IV. Требования к знаниям и умениям учащихся по теме.

Знать:

1. С какими величинами и их единицами знакомится учащийся в школьном курсе **математики** и в каком классе.
2. Общий подход к формированию представления о величинах в начального класса.

Уметь:

1. Применять методическую схему к формированию представлений о величинах при изучении длины, емкости, массы, времени, площади;
2. Целенаправленно организовать практические работы;
3. Использовать различные средства обучения при изучении темы.
4. Применять на практике методику измерительных умений и навыков у учащихся.

Первоначальное знакомство с величинами происходит в начальных классах. Там величина наряду с числом является ведущим понятием. Величины - это особые свойства реальных объектов или явлений. Обычно изучаются основные величины: длина, стоимость, площадь, объём, масса, скорость, время. Занятия по данной теме способствуют формированию обобщений, совершенствованию, целенаправленности и точности выполнения действий, воспитанию умения доводить любую работу до конца, формированию навыков самоконтроля.

В ходе формирования практических умений и навыков развиваются внимание, память, наблюдательность, совершенствуется моторика, тактильные и зрительные восприятия и ощущения. Все это служит решению задач коррекции как познавательной деятельности, так личностных качеств детей.

Изучение величин имеет большое значение, так как понятие величины является важнейшим понятием **математики**. Каждая изучаемая величина - это некоторое количество реальных объектов окружающего мира. Упражнения в измерениях развивают пространственные представления,

вооружают учащихся важными практическими навыками, которые широко применяются в жизни. Следовательно, изучение величин - это одно из средств связи обучения **математики** с жизнью. Величины рассматриваются в тесной связи с изучением натуральных чисел и дробей; обучение измерению связывается с обучением счёту; новые единицы измерения вводятся вслед за введением соответствующих счетных единиц; арифметические действия выполняются над натуральными числами и над величинами. Измерительные и графические работы как наглядное средство используются при решении задач. Таким образом, изучение величин способствует усвоению многих вопросов курса математики. Изучение материала способствует лучшему пониманию закономерностей десятичной системы счисления (соотношение единиц измерения величин, кроме единиц измерения времени, основано на десятичной системе счисления), расширению понятий арифметических действий над числами, записанными с употреблением единиц измерения величин, законы арифметических действий над числами, полученных от пересчёта предметных совокупностей, остаются справедливыми и для чисел, полученных от измерения. Производя действия над числами, учащиеся закрепляют навыки предварительного анализа задания, вычленяют черты сходства и различия в действиях с различными (по виду) числами.

Далее мы рассмотрим методику преподавания некоторых величин измерения: длину, объём, площадь.

1. ДЛИНА

С первых дней обучения в школе ставится задача уточнять пространственные представления детей. Этому помогают упражнения на сравнение предметов по протяженности, например: «Какая книга тоньше (книги прикладываются друг к другу)? Кто ниже: Саша или Оля (дети становятся рядом)? Что глубже: ручей или река (по представлению)?»

В процессе этих упражнений отрабатывается умение сравнивать предметы по длине, а также обобщается свойство, по которому происходит сравнение - линейная протяженность, длина.

Важным шагом в формировании данного понятия является знакомство с прямой линией и отрезком как «носителем» линейной протяженности, лишенным по существу других свойств. Сравнивая отрезки на глаз, дети получают представление об одинаковых и неодинаковых по длине отрезках.

На следующем этапе происходит знакомство с первой единицей измерения отрезков. Из множества отрезков выделяется отрезок, который принимают за единицу. Дети узнают его название и приступают к измерению с помощью этой единицы. Имеются различные точки зрения по вопросу о том, какую единицу измерения вводить первой. В жизненной практике дети наблюдают чаще всего измерения с помощью метра. Метр - основная единица длины, метр существует в виде отдельного эталона (мерки). С помощью его учителю легко показать процесс измерения (как от-

кладывается мерка на отрезке, как происходит подсчёт единиц измерения). Поэтому некоторые методисты рекомендуют первой единицей измерения вводить метр. Однако при рассмотрении метра трудно провести достаточное количество упражнений в измерении отрезков так, чтобы работал каждый ученик, что совершенно необходимо для понимания самого процесса измерения. Другие методисты предлагают первой единицей измерения ввести сантиметр, что позволит каждому ученику выполнить, сидя за партой, большое количество работ по измерению. Это не исключает возможности на подготовительном этапе, опираясь на жизненные наблюдения детей, вспомнить, чем и как измеряют тесьму, ткани, ленту, и т.п., померить для примера 2-3 м. шпагата или измерить длину доски. Не устанавливая соотношений между метром и сантиметром, можно ввести сантиметр как мерку для измерения небольших отрезков, длина которых меньше метра.

Чтобы дети получили наглядное представление о сантиметре, следует выполнить ряд упражнений. Например, полезно, чтобы они сами изготовили макеты сантиметра (нарезали из узкой полоски бумаги в клетку полоски длиной в 1 см, начертили отрезки длиной в 1 см, нашли что ширина мизинца примерно равна 1 см).

Далее учащихся знакомят с измерением отрезков. Чтобы дети ясно поняли процесс измерения и что показывают числа, получаемые при измерении, целесообразно постепенно переходить от простейшего приёма укладывания моделей сантиметра и их подсчёта к более трудному - отмериванию («прошагать» меркой по отрезку и подсчитать, сколько раз отложилась единица измерения). Только затем приступать к измерению способом прикладывания линейки или рулетки к измеряемому отрезку.

Многие методисты советуют сначала пользоваться линейками, которые изготавливаются детьми из листа бумаги в клеточку. На этих линейках наносятся сантиметровые деления, но цифры не пишутся. Этими линейками дети пользуются при измерении отрезков, чертят отрезки на нелинованной бумаге.

Для формирования измерительных навыков выполняется система разнообразных упражнений. Это измерение и черчение отрезков.

Позднее при нумерации чисел в пределах 100, вводятся новые единицы измерения - дециметр, а затем метр. Работа происходит в таком же плане, как и при знакомстве с сантиметром. Затем устанавливают отношения между единицами измерения (сколько сантиметров содержится в 1 дм. В 1 м) Дети упражняются в измерении с помощью двух разных мерок (например длина крышки парты 4 дм 5 см, длина доски 2 м 8 дм.). С этого времени приступают к сравнению длин на основе сравнения соответствующих отрезков.

Затем рассматривают преобразования величин: замену крупных величин мелкими (3 дм 5 см = 35 см) и мелких единиц крупными (48 см = 4 дм 8 см). Постепенно учащиеся осознают, что

числовое значение длины зависит от выбора единицы измерения (например, длина одного и того же отрезка может быть обозначена и как 3 дм и как 30 см.).

Сравнение двух длин, выраженных в единицах двух наименований, теперь выполняют на основе преобразования их сравнения числовых значений, при которых стоят одинаковые наименования единиц измерения ($4 \text{ дм } 8 \text{ см} > 39 \text{ см}$, так как $48 \text{ см} > 39 \text{ см}$, или $4 \text{ дм } 8 \text{ см} > 3 \text{ дм } 9 \text{ см}$).

Во 1 классе знакомство с единицами длины продолжается: дети знакомятся с миллиметром, а позднее с километром.

Введение миллиметра обосновывается необходимостью измерять отрезки, меньшие 1 см. Наглядное представление о миллиметре дети получают, рассматривая отрезки деления на обычной масштабной линейке или на миллиметровой бумаге. Сразу же устанавливается - сколько миллиметров в 1 см, и дети приступают к измерениям с точностью до миллиметра. Для развития глазомера полезно, прежде чем измерять заданные отрезки (в учебниках на карточке), прикинуть на глаз их длину. Хорошим средством закрепления измерительных графических и вычислительных навыков являются задачи на измерение и упражнения в построении отрезков и геометрических фигур.

При знакомстве с километром полезно провести практические работы на местности, чтобы сформировать представление об этой единице измерения. Чаще всего дети вместе с учителем проходят расстояние, равное 1 км (полезно заметить время, за которое удалось пройти это расстояние). Измеряют пройденное расстояние либо шагами (2 шага примерно составляют 1 м) либо с помощью рулетки или мерной веревки. Попутно дети упражняются в определении некоторых расстояний на глаз.

В 2 классе учащиеся составляют и заучивают таблицу всех изученных единиц длины и их отношений. Таблица усваивается в процессе многократных и систематических упражнений. Кроме того, продолжается работа по преобразованию и сравнению длин, выраженных в единицах двух наименований, изучаются письменные приемы вычисления над ними.

Начиная со 1 класса, в процессе решения задач знакомятся с нахождением длины косвенным путём. Например, зная длину одного класса и числа классов на этаже, вычисляют длину здания школы, зная высоту комнат и количество этажей дома, можно вычислить приблизительно высоту дома и т.д. Работу над этой темой полезно продолжать и на других предметах и на внеклассных занятиях.

2. ЁМКОСТЬ.

Еще в пропедевтический период, развивая количественные представления учащихся, учили детей измерять песок ложками, формочками, выясняли, в какую формочку песка входит меньше (больше). Во втором классе эта работа продолжается: учащиеся сравнивают емкость или вместимости

мость, различных сосудов. Вначале сравнение проводится на глаз (сосуды значительно отличаются по своей ёмкости). Например, предлагается сравнить, куда войдет воды больше: в банку или в кастрюлю. Перед учащимися ставятся пол-литровая банка и кастрюля емкостью 2 – 3 л, измеряется, сколько банок воды входит в кастрюлю.

Выявляя имеющийся у учащихся опыт, учитель предлагает им стандартные банки вместимостью 1л, 2л, 3л. Некоторые ребята знают вместимость этих банок, некоторые же не имеют о ней никакого представления. Учитель выясняет также, знают ли учащиеся, какими мерами измеряют молоко, керосин, бензин, растительное масло, вообще жидкости. Затем он показывает детям литровую кружку, а затем поочередно переливает воду из неё в бутылку, а затем в банку. Так учащиеся подводятся к выводу, что в банку вмещается столько же воды сколько и в кружку, и столько же, сколько в бутылку, т.е. равное количество воды – 1 л. Чтобы этот вывод был понятен учащимся, необходимо, чтобы каждый ученик проделал эту несложную работу сам. Важно, чтобы дети запомнили это новое слово, научились его правильно произносить и записывать при числах. Учащиеся должны уметь отыскивать среди других сосудов сосуд емкостью в 1л. Далее учащиеся учатся измерять вместимость сосудов и отмеривать заданное количество в литре. Они определяют, наполняя водой, емкость банок, небольших баллонов, кастрюль, ведер. Важно развивать глазомер учащихся, т.е. умение определить емкость сосудов на глаз. Учащиеся должны запомнить емкость стандартных наиболее часто встречающихся в быту сосудов: банки емкостью 1л, 2л, 3л, 5л; бидоны емкостью 1л, 2л, 3л, 5л, 10л, 20л, 40л, ведра емкостью 8л, 10л, 12л. Главный упор делается на практическую работу.

3. МАССА

В обязательный минимум содержания основных образовательных программ входит следующее по теме «Масса»:

Сравнение и упорядочение объектов по разной массе

Единицы массы (грамм, килограмм, центнер, тонна).

Учащиеся получают следующие знания:

- Понятие «масса».
- Сравнение массы без ее измерения.
- Использование произвольных мерок для определения массы.
- Общепринятая мера массы - килограмм.
- Весы как прибор для измерения массы. Их разнообразие.
- Единицы измерения массы - грамм (г), центнер (ц), тонна (т).
- Соотношения между единицами измерения массы: $1 \text{ кг} = 1000\text{г}$, $1\text{ц} = 100 \text{ кг}$, $1\text{т} = 10\text{ц} = 1000 \text{ кг}$.

Можно заметить, что с понятием «масса» дети знакомятся со второго класса, кроме программы (Школа 2100) (автор Л.Г.Петерсон), где знакомство происходит уже в первом классе.

Итак, в начальных классах рассматривается величина масса. Учащиеся должны получить конкретные представления об этой величине, ознакомиться с единицами ее измерения, овладеть умениями измерять величину, научиться выражать результаты измерений в различных единицах, выполнять различные действия над ними.

Анализ методической системы изучения массы и единиц ее измерения в начальной школе

Первое представление о том, что предметы имеют массу, дети получают в своей жизненной практике еще до школы: "Не бери, это для тебя тяжело"; "Возьми, он легкий". Взяв в руки предметы, дети на основе мускульных ощущений устанавливают, какой предмет тяжелее, какой легче. Однако чувственный опыт дошкольников недостаточно велик, поэтому сравнить массу двух предметов на руку дети могут лишь в том случае, если предметы по данному свойству очень отличаются друг от друга, а по другим свойствам сходны. Сильное влияние на оценку массы оказывают размеры предмета (большой по объему предмет кажется им всегда большим по массе) (Моро М.И. 1978: 81).

Для предупреждения неверных представлений возникает необходимость поиска эффективных способов измерения массы. Этапы формирования представлений об измерении массы тела аналогичны тем, которые используются при измерении длины и площади: сравнение массы предметов по ощущению (тяжелее, легче на руке), выяснение отношения "тяжелее", "легче" с помощью инструмента -- чашечных весов, а затем отвешивание и развешивание груза с помощью весов и гирь (разновесов), когда уже выбрана единица измерения массы.

В процессе изучения первого десятка необходимо наряду с непосредственным сравнением предметов по длине (ширине, высоте) предлагать одновременно сравнивать предметы по массе. Чтобы помочь детям выделить массу среди других свойств, следует для сравнения давать предметы, имеющие различную массу, но сходные по другим свойствам, например, два одинаковых по размерам кубика: один пластмассовый, другой металлический).

С *массой* школьники знакомятся во 2-м классе.

Этапы формирования представлений об измерении массы тела аналогичны тем, которые используются при измерении длины и площади: сравнение массы предметов по ощущению (тяжелее, легче на руке), выяснение отношения "тяжелее", "легче" с помощью инструмента -- чашечных весов, а затем отвешивание и развешивание груза с помощью весов и гирь* (разновесов), когда уже выбрана единица измерения массы.

Термин «масса» вводится в процессе разрешения проблемной ситуации. Учитель показывает детям два абсолютно одинаковых на вид предмета (шары, коробки, бруски и т. п.) и просит ответить на вопрос, чем они отличаются. Дети устанавливают, что по размеру предметы одинаковы, а вот на вес они различны -- один предмет тяжелее другого. Учитель поясняет, что в этом случае говорят: «Масса одного больше массы второго». Особое внимание следует уделять использованию термина «масса», а не «вес», т. к. последний имеет отношение к векторным величинам, представляет собой силу, т. е. произведение массы на ускорение, и изучается позднее в курсе в физике. Поэтому вместо привычного в быту вопроса «Сколько весит предмет?» -- следует приучать детей к иной форме вопроса: «Какова масса предмета?» масса математика урок школа

Для сравнения масс различных предметов второклассникам предлагается навскидку определить, масса какого учебника больше. Дети делают вывод: не всегда можно сравнивать массы предметов, просто взяв их в руки. Более точный результат можно получить, воспользовавшись простейшим прибором -- чашечными весами. *Чашечные весы*, можно продемонстрировать как в натуральном виде, так и на схематическом чертеже. Именно на них ребята учатся измерять и сравнивать массы различных предметов. В процессе упражнений закрепляются необходимые навыки в сравнении масс предметов. Обращается внимание учеников на положение стрелок при пустых чашках весов, а затем после того, как на них положены предметы.

По аналогии с длиной школьники убеждаются, что для измерения массы необходима единица измерения.

Первая единица массы, с которой знакомятся дети, -- килограмм. Знакомство с основной единицей измерения массы -- килограммом -- происходит в процессе выполнения практических заданий на сравнение массы предметов на основе мускульных ощущений, в результате чего уча-

щиеся приходят к выводу о необходимости взвешивания предметов и измерения их массы в соответствующих единицах.

Подвести детей к пониманию необходимости измерять массу можно ссылкой на измерение длины, с чем уже знакомы дети. Учитель приносит на урок несколько предметов, масса каждого из которых равна килограмму (пачка соли, мешочек с горохом, пакет с крупой и т. п.). Чтобы сформировать конкретные представления о массе в 1 кг, детям дают подержать в руках предметы с такой массой и сравнить их с предметами, которые тяжелее или легче их. Когда дети отберут 2--3 предмета одинаковой массы, учитель сообщает, что каждый предмет имеет массу в один килограмм -- такую же, как и килограммовая гиря (гирию тоже предлагают подержать в руках каждому ученику).

Далее с помощью весов иллюстрируют то, что каждый из отобранных предметов массой в 1 кг, а другие предметы -- больше или меньше килограмма. Учитель показывает, как пользоваться для этого весами.

Затем выполняются упражнения в отвешивании: отвешивают 1, 2, 3 кг соли, крупы и т. п. Дети должны активно участвовать в работе с весами; например, один ученик ставит гири на левую чашку весов, другой насыпает крупу на правую чашку весов. Остальных детей привлекают к пояснению процесса взвешивания (что перевешивает; что надо сделать, чтобы весы пришли в равновесие; сколько килограммов крупы, соли взвешено и т. п.). Попутно происходит знакомство с записью полученных результатов. Полезно при отвешивании 1 кг овощей подсчитать (и записать), сколько штук картофеля (лука, моркови и т. п.) идет на килограмм.

Дети знакомятся с набором гирь (1 кг, 2 кг, 5 кг) и затем приступают к взвешиванию нескольких специально подобранных предметов, масса которых выражается целым числом килограммов. Здесь сначала устанавливается на весах груз, а потом подбираются гири. Полученные величины попользуются для составления задач.

В дальнейшем для развития у детей умения оценивать массу на глаз и на руку ученикам предлагают перед взвешиванием попытаться прикинуть--больше или меньше килограмма масса этого груза, а затем уже проверить это с помощью взвешивания. Полезно дать детям задание узнать, какова масса часто встречающихся в быту предметов, таких, как буханка хлеба, литр молока, ведро картофеля и т. п. Эти данные также используются при составлении задач детьми. Следует включать решение задач, которые воспроизводят процесс взвешивания, например: «На одной чашке весов стоит ящик с яблоками, на другой -- две гири по 5 кг. Весы находятся в равновесии. Какова масса яблок, если масса пустого ящика 1 кг?» Такие задачи вооружают детей практически сведениями (учет тары при взвешивании).

В III классе учащиеся знакомятся с новой единицей массы-- граммом. Название его известно учащимся. Задача учителя-- сформировать наглядное представление о грамме. С этой целью детям дают подержать гирьку в 1 г, а также взвешивают монеты и устанавливают, что масса монеты в 1 копейку--1 г, 2 копейки--2 г, 3 копейки--3 г, 5 копеек--5 г. Дети знакомятся с набором гирь, меньших килограмма, с помощью весов убеждаются, что 1 кг равен 1000 г. Затем приступают к упражнениям в отвешивании с точностью до грамма. Запись полученных масс (460 г, 900 г, 125 г и т. п.), их чтение, сравнение помогает детям усваивать нумерацию чисел в пределах 1000

Школьников знакомят с циферблатными автоматическими весами.

В ознакомлении детей с циферблатными весами можно наметить три этапа: этап овладения отдельными операциями, этап соединения операций в одно действие, этап совершенствования навыка и практического овладения действием на основе систематических упражнений.

На первом этапе ученики знакомятся с устройством шкалы циферблатных весов и упражняются в чтении показаний на ней. Для этой цели могут быть изготовлены демонстрационная и ученические модели шкал. На моделях дети упражняются в чтении чисел по шкалам и установке их с помощью подвижной стрелки. Ученикам могут быть предложены такие, например, вопросы и задания: Какое число показывает стрелка на этом большом циферблате? Установите на своих циферблатах 300 г. Проверьте друг у друга.

В конце изучения взвешивания ученики повторяют единицы измерения веса и отношения между этими единицами. Затем на доске и в тетрадях записывают таблицу мер веса. В заключение решают задачи и примеры, связанные с использованием мер веса.

На этом этапе работы следует широко практиковать косвенные измерения, то есть определять вес через измерение емкости тары или каким-нибудь иным способом без взвешивания. Например, пакет содержит четыре с половиной стакана пшена. Один стакан пшена весит 220 г. Значит, вес всего пакета около 1 кг.

Дети рассматривают шкалу, обучаются отсчитывать деления на шкале и читать ее показания, осваивают процесс взвешивания на таких весах. В этот период полезно провести экскурсию в ближайший продовольственный магазин и понаблюдать работу продавца на таких весах: как устанавливают циферблатные весы перед взвешиванием, как взвешивают грузы больше 1 кг.

Дети должны убедиться в важности правильного снятия показателей шкалы (при взвешивании следует смотреть прямо на шкалу, а не сбоку). Позднее вводятся центнер и тонна, а также соотношения $1 \text{ т} = 10 \text{ ц}$, $1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$. Пронаблюдать взвешивание центнера можно также в процессе экскурсии в магазин, на напольных грузовых весах, а во время экскурсии на дорожный пост -- посмотреть на процедуру взвешивания многотонного груза на автомашинах.

Учитель прежде всего поясняет, что на торговых весах взвешивание производится автоматически, тогда как на чашечных весах нужно подбирать гири (иногда довольно долго). Свои слова он сопровождает демонстрацией; ставит на чашку весов гирьку; вес ее сразу указывается стрелкой. Это проделывается 2--3 раза с разными гирьками. Применение в данном случае гирек, а не каких-нибудь других грузов показывает, что деления шкалы в точности соответствуют единицам веса. Здесь же учитель напоминает детям, что, прежде чем приступить к взвешиванию, весы нужно правильно установить. В данном случае они должны быть установлены так, чтобы стрелка находилась на нулевой отметке.

Производя поочередно взвешивание различных предметов, ученики записывают получаемые результаты в своих тетрадях. Перед взвешиванием они всякий раз называют предполагаемый вес предмета.

Очередной урок математики посвящается взвешиванию сыпучих и жидких тел и работе по усвоению мер веса.

Жидкости, а в ряде случаев и сыпучие тела хранятся и транспортируются в таре. Поэтому и взвешивать их нужно также в таре. Ученики должны быть ознакомлены со следующими приемами в такой последовательности:

- а) отмечается вес тары, в которой будет производиться взвешивание, и затем вычитается из общего веса тары и содержимого (так называемое вывешивание тары);
- б) на другую чашку весов ставится точно такая же порожняя тара;
- в) перед взвешиванием порожняя тара уравнивается любым грузом, положенным на другую чашку весов.

Для взвешивания воды и сыпучих продуктов следует брать разнообразную тару (банки, чашки, бутылки, стаканы и т. д.). Кроме того, должен быть установлен вес некоторых продуктов в стандартной расфасовке.

Работа проводится так же, как и на предыдущем уроке. Сначала дети на глаз определяют вес данного количества крупы, соли, воды и т. д. Затем вызванный ученик проводит взвешивание. Чтобы результат могли видеть все ученики в классе, показания весов следует дублировать на демонстрационном циферблате (если шкала его градуирована так же, как и шкала весов, на которых производятся взвешивания).

Затем дети составляют и запоминают таблицу единиц массы. Знания о соотношениях между единицами массы закрепляются в процессе выполнения различных упражнений вида «Вырази в ...». Кроме того, школьники решают большое число простых и составных текстовых задач практического содержания, где выполняют сложение и вычитание масс, выраженных в единицах двух различных наименований, умножение и деление массы на число и массы на массу.

В это же время учащиеся устанавливают и используют взаимосвязь между величинами: масса одного предмета -- количество предметов -- их общая масса, учатся вычислять каждую из них, если известны значения двух других.

В IV классе учащиеся знакомятся с новыми единицами массы -- центнером и тонной, устанавливают их отношения с килограммом, составляется и заучивается таблица единиц массы. Чтобы дать конкретные представления о новых единицах массы, используют рисунки и иллюстрированные таблицы единиц массы (например, 2 мешка сахарного песку имеют массу 1 ц, масса машины «Москвич» без пассажиров -- примерно 1 т и т. п.). Если есть возможность, надо ознакомить детей с весами, на которых взвешиваются тяжелые предметы с массой в несколько центнеров или тонн, провести экскурсию на склад или базу.

На данном этапе приступают к преобразованию величин, выраженных в единицах массы (заменяя мелкие единицы крупными и обратно), а также сравнивают массы и выполняют арифметические действия над ними. В процессе этих упражнений закрепляются знания таблицы единиц массы.

Опираясь на имеющиеся у детей представления, учитель по программе Истоминой Н.Б. строит свою работу следующим образом:

Ситуация 1. На столе учителя стоят две одинаковые по цвету и форме коробки (могут быть спичечные коробки), но одна коробка пустая, а в другую положен какой-то тяжелый предмет.

Учитель предлагает сравнить коробки. Никаких внешних признаков различия учащиеся, естественно, обнаружить не могут. И все-таки учитель отмечает: различие между ними существует (учащиеся заинтересованы, они пытаются разгадать, в чем же это различие). У некоторых возникает желание рассмотреть коробки поближе, взять их в руки. Если этого не случится, учитель сам предлагает ученикам сделать это. Взяв в руки коробки, учащиеся обнаруживают, что одна коробка тяжелее другой. Таким образом, учитель вводит понятие массы, опираясь на восприятие детей, которое выражается в терминах: “легче”, “тяжелее” (масса одной коробки больше, масса другой коробки меньше).

Ситуация 2. Учитель предлагает ученикам две книги, которые очень незначительно отличаются по массе, и спрашивает, какая книга легче, какая -- тяжелее. Задача учителя в данном случае заключается в том, чтобы мнения учеников по поводу массы одной и другой книги разошлись. Возникшие разногласия учитель использует для того, чтобы дети убедились в необходимости весов. (Оказывается, не всегда можно определить, какой предмет легче, а который тяжелее, особенно если предметы отличаются по массе незначительно.) Но этот вопрос можно решить, воспользовавшись для этой цели весами. Полезно иметь на уроке чашечные весы и практически убедиться, которая из книг имеет большую массу. Учитель знакомит учащихся с чашечными весами, рассказывает их устройство, зарисовывает схематическое изображение весов (рис. 1).

Внимание учеников следует обратить на положение стрелок, когда на чашках весов нет никаких предметов, а затем пронаблюдать, как изменится положение стрелок, когда на чашки весов будут положены книги. Ученики и сами могут высказать предположение о том, как изменится положение стрелок.

Ситуация 3 носит уже проблемный характер. Решение ее подводит учащихся непосредственно к измерению массы предметов.

На столе три предмета: гиря в 1 кг, пакет, массой очень незначительно отличающейся от гири (например, 990 г), и другой пакет массой 1010 г. Учитель предлагает ученикам сначала без весов ответить на вопросы: масса какого предмета самая маленькая? Масса какого предмета больше и, наконец, какой предмет самый тяжелый?

Естественно, что мнения учащихся опять могут разделиться. Тогда учитель предлагает подумать, как решить эту задачу с помощью весов. В данном случае не столь важно, будет ли решена эта задача учениками самостоятельно или с помощью учителя. Важно, чтобы учащиеся поняли, что в качестве меры целесообразно использовать гирию в 1 кг, т. е. сравнение сначала массы одного

пакета, а затем другого с массой гири позволяет им найти ответ на поставленный вопрос. Учитель вводит единицу массы -- 1 кг.

Ситуация 4. На одну чашку весов кладется брусок массой 2 кг (масса не сообщается ученикам), а на другую -- гиря массой в 1 кг (масса сообщается).

-- Что можно сказать о массе бруска? (Она больше, чем 1 кг.)

Учитель ставит на правую чашку еще гирю массой в 1 кг. Чашки весов уравниваются.

-- Что теперь можно сказать о массе бруска? (Его масса 2 кг.)

После этого учитель сообщает, что вместо двух гирь по 1 кг можно поставить гирю в 2 кг (демонстрирует). Знакомит учеников с гирями в 3 кг, в 5 кг. С помощью этих гирь учащиеся затем измеряют массу различных предметов (которые учитель, конечно, должен подобрать заранее). Учащиеся приходят к выводу: масса измеряется в килограммах. 1 кг -- это единица массы.

Схематическое изображение весов учитель может затем использовать, так же как и линейку, для совершенствования вычислительных навыков.

-- Какие гири следует поставить на правую чашку весов (рис. 2), чтобы чашки весов уравнились? (Для данного случая: 5 кг, 1 кг, 2 кг; 3 кг, 3 кг, 2 кг; 1 кг, 2 кг, 3 кг и 2 кг.)

4. ПЛОЩАДЬ.

Прежде всего, площадь выделяется как свойство плоских предметов среди других их свойств. Уже дошкольники сравнивают предметы по площади, при этом они пользуются наложением предметов или сравнивают их на глаз.

В процессе изучения геометрического материала в 1 - 2 классах у детей уточняются представления о площади как о свойствах плоских геометрических фигур. Более четким становится понимание того, что фигуры могут быть различными и одинаковыми по площади.

Следует также ознакомить учащихся с нахождением приближенной площади фигуры таким способом: сосчитать все не целые квадратные сантиметры и общее число разделить на два, затем полученное число сложить с числом целых квадратных сантиметров, которые содержатся в данной фигуре. Для нахождения площади геометрических фигур не разделенные на квадратные сантиметры; используют палетку. Палетка - это прозрачная пластинка, разбитая на равные квадраты. Полезно такую палетку изготовить с детьми на уроках труда. Наложив палетку на геометрическую фигуру, подсчитывают число целых и не целых квадратных сантиметров, которые в ней содержатся. Для нахождения площади фигур начерченных в тетрадах, в качестве палетки используют разлиновку тетрадей. В это же время приступают к сопоставлению площади и периметров многоугольников с тем, чтобы дети не смешивали эти понятия, а в дальнейшем четко различали способы нахождения площади и периметра прямоугольника. На следующем этапе учащиеся знакомятся с приёмом вычисления площади фигуры. Сначала рассматривают фигуры, которые уже разделены на квадратные сантиметры. Их площадь находят путем подсчета квадратных сантиметров в одном ряду, а затем полученное число умножают на число рядов. Например, если в одном ряду 6 кв. см, а таких рядов 5, то площадь равна 6×5 , т.е. 30 кв. см. Очень важно при этом установить соответствие между длиной прямоугольника и числом квадратных сантиметров, прилегающих к длине,

шириной прямоугольника и числом рядов. Делается вывод: чтобы вычислить площадь прямоугольника нужно знать его длину и ширину и найти произведение этих чисел.

Сравнив разные способы нахождения площади, дети могут сами решить вопрос, что легче: измерить длину и ширину прямоугольника и полученные числа перемножить или разбить прямоугольник на квадратные сантиметры и сосчитать их.

Задания развивающего характера были подобраны из учебных пособий Н. Б. Истоминой, А. В. Белошистой и др.

Упражнение №1. [12] Ответь на вопросы по рисунку:

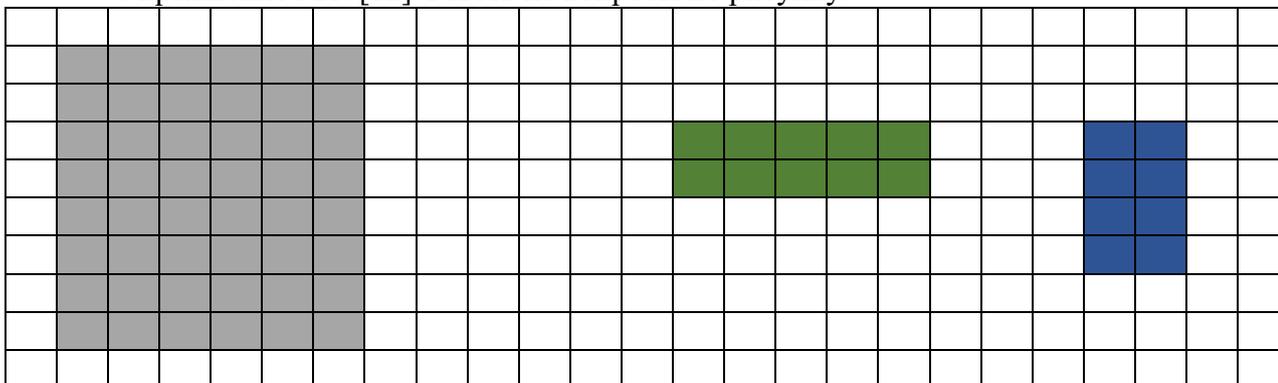


Рисунок 2.2.

- 1) Во сколько раз в сером прямоугольнике клеток больше, чем в красном?
- 2) На сколько клеток в красном прямоугольнике меньше, чем в сером?
- 3) На сколько клеток в сером прямоугольнике больше, чем в красном?
- 4) Во сколько раз в красном прямоугольнике клеток меньше, чем в сером?

К этим вопросам мы добавили и свои вопросы:

- 5) Можешь ли ты утверждать, что площади красного и синего прямоугольников равны?

Объясни ответ.

Упражнение №2. [12]:

Нарисуй фигуру, площадь которой в два раза меньше площади данной:

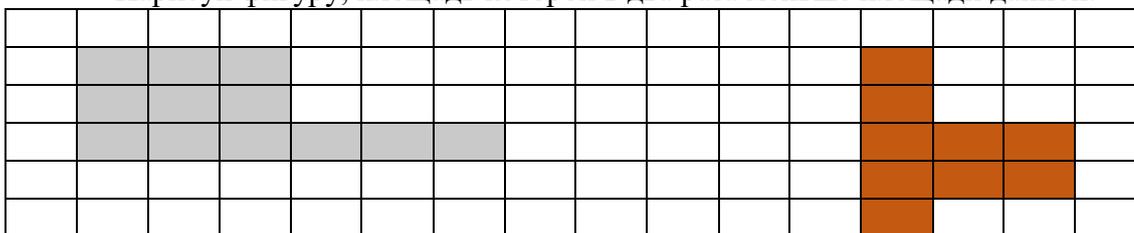


Рисунок 2.3.

Упражнение №3[6]

Чему равна сторона квадрата, если его периметр равен периметру прямоугольника со сторонами 5 см и 3 см?

Выполнение: Вычисляется периметр прямоугольника: $(5 \text{ см} + 3 \text{ см}) \cdot 2 = 16 \text{ (см)}$. Этот периметр равен периметру квадрата. Поскольку у квадрата все стороны равны, то сторона квадрата равна $16 \text{ см} : 4 = 4 \text{ см}$.

Упражнение №3. [6]

Начерти квадрат, площадь которого равна площади прямоугольника со сторонами 2 см и 8 см. Найди периметр этого квадрата.

Выполнение:

1. Вычислим площадь прямоугольника: $2 \text{ см} \cdot 8 \text{ см} = 16 \text{ см}^2$.

2. Эта площадь равна площади квадрата. Площадь квадрата равна произведению длин его сторон, значит, нужно подобрать число, произведение которого на само себя равно 16 – это число 4. Длина стороны квадрата 4 см. Периметр квадрата $4 \text{ см} \cdot 4 = 16 \text{ см}$.

5. ВРЕМЯ

План изучения и время введения.

2 класс – Час, минута. Соотношение между ними.

3 класс – Год, месяц, сутки.

4 класс – Секунда, век. Таблица единиц времени.

Задачи изучения темы.

- Познакомить учеников с единицами времени и их отношениями;
- Научить узнавать время по часам;
- Сформировать умение выполнять действия с единицами времени;
- Научить решать задачи по теме.

Этапы и методика изучения времени Выявление и уточнение временных представлений у первоклассников в подготовительный период.

Первые представления о времени у детей формируются еще в дошкольный период и опираются на доступные наблюдения последовательности событий во времени: ежедневные режимные моменты, наблюдения за природными явлениями, за событиями в сказках и т.п. Смена дня и ночи, смена времен года, повторяемость режимных моментов – все это формирует временные представления. На первом этапе школьного обучения уточняются понятия "раньше – позже", "сначала – потом", "до – после". Детям предлагаются различные картинки с изображением событий, происходящих в жизни школьника в течение дня (режимных моментов), и задаются вопросы "Что было сначала (раньше)? Что было потом (позже)? Здесь же можно выяснить, в какое время дети встают, идут в школу, умеют ли определять время по часам.

В учебнике М.И. Моро предлагается также установить связь между временными отношениями и отношениями порядка: пришел раньше – стоит впереди, пришел позже – стоит после... Целесообразно уточнить и понятия "вчера – сегодня – завтра", которые дети часто смешивают. Для уточнения этих временных понятий учебный день можно начинать с беседы о том, что сегодня предстоит делать, подчеркивая слово сегодня. Дети вспоминают, что делали вчера. В конце дня обсуждается, что предстоит делать завтра. Можно использовать картинки, отражающие деятельность детей, взрослых, календарь дежурств.

С помощью такого календаря ученики могут лучше понять текучесть времени и относительность понятий "вчера – сегодня – завтра": то, что происходит сегодня, завтра уйдет в прошлое и будет соотноситься с термином вчера.

КАЛЕНДАРЬ ДЕЖУРСТВ

Вчера	Сегодня	Завтра
Витя	Ира	Маша

Ежедневно на календаре дежурств можно выставлять карточки с именами (или фотографиями) детей, которые дежурили вчера, дежурят сегодня и будут дежурить завтра. На следующий день карточки переставляются.

Вместо карточек можно сделать ленту с рисунками и именами детей, а вместо кармашков – окошечки. Лента каждый день передвигается и более наглядно демонстрирует смену дней, движение (текучесть времени).

По аналогии можно сделать и календарь погоды на три дня, в котором дети будут регулярно с помощью символов отмечать, какая погода сегодня, какая была вчера и каков прогноз на завтра.

В течение всего первого класса можно вести работу и над представлениями о временах года. Дети заучивают названия времен года, их последовательность, характерные признаки времен года, связанные с погодой, одеждой людей, с растениями и животными, с деятельностью людей.

Определение времени по часам с точностью до часа. В процессе изучения нумерации чисел первого десятка дети знакомятся с изображением точного времени на циферблате часов (1 ч., 2 ч., 3 ч. и т.д.). Они учатся определять время по часам с точностью до часа. Нужно рассказать детям, зачем нужно знать и уметь определять время. В течение всего периода обучения в 1-ом классе целесообразно вести работу и над другими понятиями, которые характеризуют время, скорость, возраст: сейчас, рано, поздно, давно, недавно, быстро, медленно, старше, моложе. Работа над временными понятиями должна носить межпредметный характер: ведение календаря погоды, восприятие последовательности событий при чтении сказок, рассказов, при просмотре кинофильмов. Учитель ежедневно называет день недели, сообщает дату работы (число и месяц). Можно для этого использовать модель настольного календаря (на ней обозначается месяц, число и день недели) или отрывной календарь.

Уже с первого класса целесообразно формировать знание о временах года, о названиях и последовательности дней недели, месяцев, о частях суток (утро – день – вечер – ночь).

Знакомство с единицами времени – часом и минутой. Определение времени по часам с точностью до минуты. Для изучения темы необходимо иметь демонстрационную и индивидуальные модели часов – циферблат с подвижными стрелками. Дети вспоминают, с какими часами они знакомы, сталкивались в жизни. Затем детям сообщается, что большинство часов устроены одинаково. Объясняется, что маленькая стрелка – часовая, большая – минутная. Далее детям предлагаются задания с использованием циферблата:

- Какое время показывают часы, если часовая стрелка указывает на число 9, а минутная стрелка – на число 12? (Показ) - На часах ровно 12 часов (11 часов, 6 часов).

- Покажите, как располагаются стрелки на циферблате.

Далее детям объясняется, что часовая стрелка проходит расстояние от одной большой черточки до другой (от одного числа до другого) за 1 час. Минутная стрелка проходит от одной маленькой черточки до другой за минуту. Далее вводится соотношение между часом и минутой: в 1 часе - 60 минут: $1 \text{ ч} = 60 \text{ мин}$

Надо показать, что за то время, когда маленькая стрелка сделает один шаг (1 ч), большая стрелка сделает полный оборот (сосчитать вместе с детьми: 5 минут да 5 минут – будет 10 минут; 10 минут да 5 минут – будет 15 минут и т.д.), пройдет 60 минут. Нужно выявить представления детей о конкретной наполняемости часа, минуты: «Что можно сделать за один час, за одну минуту?» Чтобы дети почувствовали длительность минуты, можно предложить сделать что-то практически за минуту (записать числа, решить примеры и т.п.).

Можно предложить каждому ученику склеивать цветные полоски в цепочку в течение минуты. Цепочки, сделанные каждым учеником, учитель склеивает в одну гирлянду и показывает, как много могут сделать все ученики класса вместе за минуту. Это воспитательный момент, который наглядно показывает, как важно беречь каждую минуту. Желательно разобрать пословицу "Минута час бережет". После этого засекается время, которое требуется для решения задачи или примеров. Аналогичное задание дается на дом. Можно использовать и песочные часы, с помощью которых можно наблюдать пересыпание песка в течение одной минуты. Для развития чувства времени детям можно предложить провести "минуту тишины": посидеть тихо, закрыв глаза на одну минуту, за длительностью которой следит учитель.

Представление о часе можно дать с помощью описания: 1 час – это примерно 1 урок + перемена. Большое воспитательное значение имеют примеры из жизни страны, например, числовые данные о том, сколько продукции выпускают заводы за минуту, за час, за рабочий день. В дальнейшем предлагаются упражнения: - на закрепление знания единиц времени (сравнение двух значений времени и др.), например, нужно поставить знак >

Тема 4.9. Отношение на множестве.

Понятие бинарного отношения на множестве. Свойства отношений. Отношения эквивалентности и порядка.

ОТНОШЕНИЯ НА МНОЖЕСТВЕ

В математике изучают не только связи между элементами двух множеств, т.е. соответствия, но и связи между элементами одного множества. Называют их отношениями.

Отношения многообразны. Между понятиями - это отношения рода и вида, части и целого; между предложениями - отношения следования и равносильности; между числами - «больше», «меньше», «равно», «больше на...», «меньше на ...», «следует» и др.

Если рассматривают отношения между двумя элементами, то их называют *бинарными*; отношения между тремя элементами - *тернарными*; отношения между n элементами - n -арными. Все названные выше отношения являются бинарными. Примером тернарного отношения может служить отношение между точками прямой - «точка x лежит между точками y и z ».

Изучение отношений между объектами важно для познания как самих объектов, так и для познания реального мира в целом. В нашем курсе мы будем рассматривать в основном бинарные отношения, но чтобы увидеть общность методических подходов к изучению в начальном курсе математики конкретных отношений, понять важнейшие математические идеи, связанные с отношениями, учителю надо знать, какова математическая сущность любого отношения, какими свойствами они могут обладать, какие основные виды отношений изучает математика.

Чтобы определить общее понятие бинарного отношения на множестве, поступим так же, как и в случае с соответствиями, т.е. рассмотрим сначала конкретный пример. Пусть на множестве $X = \{2, 4, 6, 8\}$ задано отношение «меньше». Это означает, что для любых двух чисел из множества X можно сказать, какое из них меньше: $2 < 4$, $2 < 6$, $2 < 8$, $4 < 6$, $4 < 8$, $6 < 8$. Полученные неравенства можно записать иначе, в виде упорядоченных пар: $(2, 4)$, $(2, 6)$, $(2, 8)$, $(4, 6)$, $(4, 8)$, $(6, 8)$. Но все эти пары есть элементы декартова произведения $X \times X$, поэтому об отношении «меньше», заданном на множестве X , можно сказать, что оно является подмножеством множества $X \times X$.

Вообще бинарные отношения на множестве X определяют следующим способом:

Определение. Бинарным отношением на множестве X называется всякое подмножество декартова произведения $X \times X$.

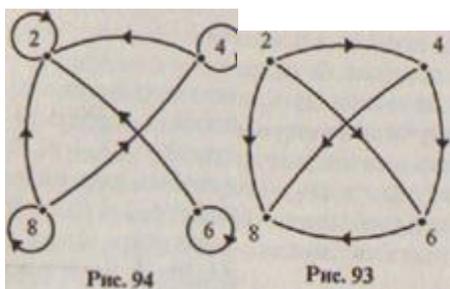
Так как в дальнейшем мы будем рассматривать только бинарные отношения, то слово «бинарные», как правило, будем опускать.

Условимся отношения обозначать буквами R , S , T , P и др.

Если R - отношения на множестве X , то, согласно определению, $R \subset X \times X$. С другой стороны, если задано некоторое подмножество множества $X \times X$, то оно определяет на множестве X некоторое отношение R .

Утверждение о том, что элементы x и y находятся в отношении R , можно записывать так: $(x, y) \in R$ или xRy . Последняя запись читается: «Элемент x находится в отношении R с элементом y ».

Отношения задают так же, как соответствия. Отношение можно задать, перечислив пары элементов множества X , находящиеся в этом отношении. Формы представления таких пар могут быть различными - они аналогичны формам задания соответствий. Отличия касаются задания отношений при помощи графа.



Построим, например, граф отношений «меньше», заданного на множестве $X = \{2, 4, 6, 8\}$. Для этого элементы множества X изобразим точками (их называют вершинами графа), а отношение «меньше» — стрелкой (рис. 93).

На том же множестве X можно рассмотреть другое отношение — «кратно». Граф этого отношения будет в каждой вершине иметь петлю (стрелку, начало и конец которой совпадают), так как каждое число кратно самому себе (рис. 94). Отношение можно задать при помощи предложения с двумя переменными. Так, например, заданы рассмотренные выше отношения «меньше» и «кратно», причем использована краткая форма предложений «число x меньше числа y » и «число x кратно числу y ». Некоторые такие предложения можно записывать, используя символы. Например, отношения «меньше» и «кратно» можно было задать в таком виде: « $x < y$ », « $x : y$ ». Отношение « x больше y на 3» можно записать в виде равенства $x = y + 3$ (или $x - y = 3$).

Для отношения R , заданного на множестве X , всегда можно задать отношение R^{-1} , ему обратное, — оно определяется так же, как соответствие, обратное данному. Например, если R — отношение « x меньше y », то обратным ему будет отношение « y больше x ».

Понятием отношения, обратного данному, часто пользуются при начальном обучении математике. Например, чтобы предупредить ошибку в выборе действия, с помощью которого решается задача: «У Пети 7 карандашей, что на 2 меньше, чем у Бори. Сколько карандашей у Бори?» — ее переформулируют: «У Пети 7 карандашей, а у Бори на 2 больше. Сколько карандашей у Бори?» Видим, что переформулировка свелась к замене отношения «меньше на 2» обратным ему отношением «больше на 2».

Свойства отношений на множестве

Свойства отношений:

- 1) рефлексивность;
- 2) симметричность;
- 3) транзитивность.

Отношение R на множестве X называется **рефлексивным**, если о каждом элементе множества X можно сказать, что он находится в отношении R с самим собой: xRx . Если отношение рефлексивно, то в каждой вершине графа имеется петля. И обратно, граф, каждая вершина которого содержит петлю, представляет собой граф рефлексивного отношения.

Примерами рефлексивных отношений являются и отношение «кратно» на множестве натуральных чисел (каждое число кратно самому себе), и отношение подобия треугольников (каждый треугольник подобен самому себе), и отношение «равенства» (каждое число равно самому себе) и др.

Существуют отношения, не обладающие свойством рефлексивности, например, отношение перпендикулярности отрезков: $a \perp b$, $b \perp a$ (нет ни одного отрезка, о котором можно сказать, что он перпендикулярен самому себе). Поэтому на графе данного отношения нет ни одной петли.

Не обладает свойством рефлексивности и отношение «длиннее» для отрезков, «больше на 2» для натуральных чисел и др.

Отношение R на множестве X называется **антирефлексивным**, если для любого элемента из множества X всегда ложно xRx : \overline{xRx} .

Существуют отношения, не являющиеся ни рефлексивными, ни антирефлексивными. Примером такого отношения может служить отношение «точка x симметрична точке y относительно

прямой l », заданное на множестве точек плоскости. Действительно, все точки прямой l симметричны сами себе, а точки, не лежащие на прямой l , себе не симметричны.

Отношение R на множестве X называется **симметричным**, если выполняется условие: из того, что элемент x находится в отношении с элементом y , следует, что и элемент y находится в отношении R с элементом x : $xRy \Rightarrow yRx$.

Граф симметричного отношения обладает следующей особенностью: вместе с каждой стрелкой, идущей от x к y , граф содержит стрелку, идущую от y к x (рис. 35).

Примерами симметричных отношений могут быть следующие: отношение «параллельности» отрезков, отношение «перпендикулярности» отрезков, отношение «равенства» отрезков, отношение подобия треугольников, отношение «равенства» дробей и др.

Существуют отношения, которые не обладают свойством симметричности.

Действительно, если отрезок x длиннее отрезка y , то отрезок y не может быть длиннее отрезка x . Граф этого отношения обладает особенностью: стрелка, соединяющая вершины, направлена только в одну сторону.

Отношение R называют **антисимметричным**, если для любых элементов x и y из истинности xRy следует ложность yRx : $xRy \Rightarrow \neg yRx$.

Кроме отношения «длиннее» на множестве отрезков существуют и другие антисимметричные отношения. Например, отношение «больше» для чисел (если x больше y , то y не может быть больше x), отношение «больше на» и др.

Существуют отношения, которые не обладают ни свойством симметричности, ни свойством антисимметричности.

Отношение R на множестве X называют **транзитивным**, если из того, что элемент x находится в отношении R с элементом y , а элемент y находится в отношении R с элементом z , следует, что элемент x находится в отношении R с элементом z : xRy и $yRz \Rightarrow xRz$.

Граф транзитивного отношения с каждой парой стрелок, идущих от x к y и от y к z , содержит стрелку, идущую от x к z .

Свойством транзитивности обладает и отношение «длиннее» на множестве отрезков: если отрезок a длиннее отрезка b , отрезок b длиннее отрезка c , то отрезок a длиннее отрезка c . Отношение «равенства» на множестве отрезков также обладает свойством транзитивности: $(a=b, b=c) \Rightarrow (a=c)$.

Существуют отношения, которые не обладают свойством транзитивности. Таким отношением является, например, отношение перпендикулярности: если отрезок a перпендикулярен отрезку b , а отрезок b перпендикулярен отрезку c , то отрезки a и c не перпендикулярны!

Рассмотрим несколько примеров. На множестве $X = \{1, 2, 4, 8, 12\}$ задано отношение «число x кратно числу y ». Построим граф данного отношения и сформулируем его свойства.

Про отношение равенства дробей говорят, оно является отношением эквивалентности.

Отношение R на множестве X называется **отношением эквивалентности**, если оно одновременно обладает свойством рефлексивности, симметричности и транзитивности.

Примерами отношений эквивалентности могут служить: отношения равенства геометрических фигур, отношение параллельности прямых (при условии, что совпадающие прямые считаются параллельными).

В рассмотренном выше отношении «равенства дробей», множество X разбилось на три подмножества: $\{\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}\}$, $\{\frac{1}{3}; \frac{2}{6}\}$, $\{\frac{1}{4}\}$. Эти подмножества не пересекаются, а их объединение совпадает с множеством X , т.е. имеем разбиение множества на классы.

Итак, если на множестве X задано отношение эквивалентности, то оно порождает разбиение этого множества на попарно непересекающиеся подмножества – классы эквивалентности.

Так, мы установили, что отношению равенства на множестве

$X = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{2}{4}; \frac{2}{6}; \frac{3}{6} \right\}$ соответствует разбиение этого множества на классы эквивалентности, каждый из которых состоит из равных между собой дробей.

Принцип разбиения множества на классы при помощи некоторого отношения эквивалентности является важным принципом математики. Почему?

Во-первых, эквивалентный – это значит равносильный, взаимозаменяемый. Поэтому элементы одного класса эквивалентности взаимозаменяемы. Так, дроби, оказавшиеся в одном классе

эквивалентности $\left\{ \frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6} \right\}$, неразличимы с точки зрения отношения равенства, и дробь $\frac{3}{6}$ мо-

жет быть заменена другой, например $\frac{1}{2}$. И эта замена не изменит результата вычислений.

Во-вторых, поскольку в классе эквивалентности оказываются элементы, неразличимые с точки зрения некоторого отношения, то считают, что класс эквивалентности определяется любым своим представителем, т.е. произвольным элементом класса. Так, любой класс равных дробей можно задать, указав любую дробь, принадлежащую этому классу.

Определение класса эквивалентности по одному представителю позволяет вместо всех элементов множества изучать совокупность представителей из классов эквивалентности. Например, отношение эквивалентности «иметь одинаковое число вершин», заданное на множестве многоугольников, порождает разбиение этого множества на классы треугольников, четырехугольников, пятиугольников и т.д. свойства, присущие некоторому классу, рассматриваются на одном его представителе.

В-третьих, разбиение множества на классы с помощью отношения эквивалентности используется для введения новых понятий. Например, понятие «пучок прямых» можно определить как то общее, что имеют параллельные прямые между собой.

Другим важным видом отношений являются отношения порядка. Рассмотрим задачу. На множестве $X = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ задано отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 3». Это отношение порождает разбиение множества X на классы: в один попадут все числа, при делении которых на 3 получается в остатке 0 (это числа 3, 6, 9). Во второй – числа, при делении которых на 3 в остатке получается 1 (это числа 4, 7, 10). В третий попадут все числа, при делении которых на 3 в остатке получается 2 (это числа 5, 8). Действительно, полученные множества не пересекаются и их объединение совпадает с множеством X . Следовательно, отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 3», заданное на множестве X , является отношением эквивалентности.

Возьмем еще пример: множество учащихся класса можно упорядочить по росту или возрасту. Заметим, что это отношение обладает свойствами антисимметричности и транзитивности. Или всем известен порядок следования букв в алфавите. Его обеспечивает отношение «следует».

Отношение R на множестве X называется **отношением строгого порядка**, если оно одновременно обладает свойствами антисимметричности и транзитивности. Например, отношение « $x < y$ ».

Если же отношение обладает свойствами рефлексивности, антисимметричности и транзитивности, то такое оно будет являться **отношением нестрогого порядка**. Например, отношение « $x \geq y$ ».

Примерами отношения порядка могут служить: отношение «меньше» на множестве натуральных чисел, отношение «короче» на множестве отрезков. Если отношение порядка обладает еще и свойством связанности, то говорят, что оно является **отношением линейного порядка**. Например, отношение «меньше» на множестве натуральных чисел.

Множество X называется **упорядоченным**, если на нем задано отношение порядка.

Например, множество $X = \{2, 8, 12, 32\}$ можно упорядочить при помощи отношения «меньше» (рис. 41), а можно это сделать при помощи отношения «кратно» (рис. 42). Но, являясь отношением порядка, отношения «меньше» и «кратно» упорядочивают множество натуральных чисел по-разному. Отношение «меньше» позволяет сравнивать два любых числа из множества X , а отношение «кратно» таким свойством не обладает. Так, пара чисел 8 и 12 отношением «кратно» не связана: нельзя сказать, что 8 кратно 12 либо 12 кратно 8.

Не следует думать, что все отношения делятся на отношения эквивалентности и отношения порядка. Существует огромное число отношений, не являющихся ни отношениями эквивалентности, ни отношениями порядка.

Тема 4.10. Делимость натуральных чисел.

Отношение делимости и его свойства. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель. Простые числа. Способы нахождения НОД и НОК.

Делимость натуральных чисел

Как известно, вычитание и деление на множестве натуральных чисел выполнимо не всегда. Вопрос о существовании разности натуральных чисел a и b решается просто - достаточно установить (по записи чисел), что $b < a$. Для деления такого общего и простого признака нет. Поэтому в математической науке с давних пор пытались найти такие правила, которые позволили бы по записи числа a узнавать, делится оно на число b или нет, не выполняя непосредственного деления a на b . В результате этих поисков были открыты не только некоторые признаки делимости, но и другие важные свойства чисел; познакомимся с некоторыми из них.

В начальных курсах математики делимость натуральных чисел, как правило, не изучается, но многие факты из этого раздела математики неявно используются. Например, признак делимости суммы, разности и произведения на число тесно связаны с правилами деления суммы, разности и произведения на число, изучаемыми в начальных классах. В ряде курсов изучаются признаки делимости чисел на 2, 3, 5 и другие.

Вообще знания о делимости натуральных чисел расширяют представления о множестве натуральных чисел, позволяют глубже усвоить материал, связанный с делением натуральных чисел, применяя полученные ранее знания о способах доказательства, о свойствах отношений и др.

Отношение делимости и его свойства

Определение. Пусть даны натуральные числа a и b . Говорят, что число a делится на число b , если существует такое натуральное число q , что $a = bq$.

В этом случае число b называют делителем числа a , а число a - кратным числа b .

Например, 24 делится на 8, так как существует такое $q = 3$, что $24 = 8 \cdot 3$. Можно сказать иначе: 8 - это делитель числа 24, а 24 есть кратное числа 8.

В том случае, когда a делится на b , пишут: $a \dot{\div} b$. Эту запись часто читают и так: « a кратно b ».

Заметим, что понятие «делитель данного числа» следует отличать от понятия «делитель», обозначающего то число, на которое делят. Например, если 18 делят на 5, то число 5-делитель, но 5 не является делителем числа 18. Если 18 делят на 6, то в этом случае понятия «делитель» и «делитель данного числа» совпадают.

Из определения отношения делимости и равенства $a = 1 \cdot a$, справедливого для любого натурального a , вытекает, что 1 является делителем любого натурального числа.

Выясним, сколько вообще делителей может быть у натурального числа a . Сначала рассмотрим следующую теорему.

Теорема 1. Делитель b данного числа a не превышает этого числа, т.е. если $a \dot{\div} b$, то $b \leq a$.

Доказательство. Так как $a \dot{\div} b$, то существует такое $q \in \mathbb{N}$, что $a = bq$ и, значит, $a - b = bq - b = b \cdot (q - 1)$. Поскольку $a \in \mathbb{N}$, то $q \geq 1$. Тогда $b \cdot (q - 1) \geq 0$ и, следовательно, $b \leq a$.

Из данной теоремы следует, что **множество делителей данного числа конечно**. Назовем, например, все делители числа 36. Они образуют конечное множество $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$.

В зависимости от числа делителей среди натуральных чисел различают простые и составные числа.

Определение. Простым числом называется такое натуральное число, которое имеет только два делителя - единицу и само это число.

Например, число 13 - простое, поскольку у него только два делителя: 1 и 13.

Определение. Составным числом называется такое натуральное число, которое имеет более двух делителей.

Так число 4 составное, у него три делителя: 1, 2 и 4.

Число 1 не является ни простым, ни составным числом в связи с тем, что оно имеет только один делитель.

Чисел, кратных данному числу, можно назвать как угодно много, - их бесконечное множество. Так, числа, кратные 4, образуют бесконечный ряд: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ..., и все они могут быть получены по формуле $a = 4q$, где q принимает значения 1, 2, 3, ...

Нам известно, что отношение делимости обладает рядом свойств, в частности, оно рефлексивно, антисимметрично и транзитивно. Теперь, имея определение отношения делимости, мы можем доказать эти и другие его свойства.

Теорема 2. Отношение делимости рефлексивно, т.е. любое натуральное число делится само на себя.

Доказательство. Для любого натурального a справедливо равенство $a = a \cdot 1$. Так как $1 \in \mathbb{N}$, то, по определению отношения делимости, $a \dot{\vdots} a$.

Теорема 3. Отношение делимости антисимметрично, т.е.

если $a \dot{\vdots} b$ и $a \neq b$, то $b \nmid a$.

Доказательство. Предположим противное, т.е. что $b \dot{\vdots} a$. Но тогда $a \leq b$, согласно теореме, рассмотренной выше.

По условию $a \dot{\vdots} b$ и $a \neq b$. Тогда, по той же теореме, $b \leq a$.

Неравенства $a \leq b$ и $b \leq a$ будут справедливы лишь тогда, когда $a=b$, что противоречит условию теоремы. Следовательно, наше предположение неверное и поэтому если $a \dot{\vdots} b$ и $a \neq b$, то $b \nmid a$.

Теорема 4. Отношение делимости транзитивно, т.е. если $a \dot{\vdots} b$ и $b \dot{\vdots} c$, то $a \dot{\vdots} c$.

Доказательство. Так как $a \dot{\vdots} b$, то существует такое натуральное число q , что $a = bq$, а так как $b \dot{\vdots} c$, то существует такое натуральное число p , что $b = cp$. Но тогда имеем: $a = bq = (cp)q = c(pq)$. Число pq - натуральное. Значит, по определению отношения делимости, $a \dot{\vdots} c$.

Теорема 5 (признак делимости суммы). Если каждое из натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_n делится на натуральное число b , то и их сумма $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ делится на это число.

Доказательство. Так как $a_1 \dot{\vdots} b$, то существует такое натуральное число q_1 , что $a_1 = bq_1$. Так как $a_2 \dot{\vdots} b$, то существует такое натуральное число q_2 , что $a_2 = bq_2$. Продолжая рассуждения, получим, что если $a_n \dot{\vdots} b$, то существует такое натуральное число q_n , что $a_n = bq_n$. Эти равенства позволяют преобразовать сумму $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ в сумму вида $bq_1 + bq_2 + \dots + bq_n$. Вынесем за скобки общий множитель b , а получившееся в скобках натуральное число $q_1 + q_2 + \dots + q_n$ обозначим буквой q . Тогда $a_1 + a_2 + \dots + a_n = b(q_1 + q_2 + \dots + q_n) = bq$, т.е. сумма $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ оказалась представленной в виде произведения числа b и некоторого натурального числа q . А это значит, что сумма $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ делится на b , что и требовалось доказать.

Например, не производя вычислений, можно сказать, что сумма $175 + 360 + 915$ делится на 5, так как на 5 делится каждое слагаемое этой суммы.

Теорема 6 (признак делимости разности). Если числа a_1 и a_2 делятся на b и $a_1 > a_2$, то их разность $a_1 - a_2$ делится на b .

Доказательство этой теоремы аналогично доказательству признака делимости суммы.

Теорема 7 (признак делимости произведения). Если число a делится на b , то произведение вида ax , где $x \in \mathbb{N}$, делится на b .

Доказательство. Так как $a \div b$, то существует такое натуральное число q , что $a = bq$. Умножим обе части этого равенства на натуральное число x . Тогда $ax = (bq)x$, откуда на основании свойства ассоциативности умножения $(bq)x = b(qx)$ и, значит, $ax = b(qx)$, где qx - натуральное число. Согласно определению отношения делимости $ax \div b$, что и требовалось доказать.

Из доказанной теоремы следует, что если один из множителей произведения делится на натуральное число b , то и все произведение делится на b .

Например, произведение $24 \cdot 976 \cdot 305$ делится на 12, так как на 12 делится множитель 24.

Рассмотрим еще три теоремы, связанные с делимостью суммы и произведения, которые часто используются при решении задач на делимость.

Теорема 8. Если в сумме одно слагаемое не делится на число b , а все остальные слагаемые делятся на число b , то вся сумма на число b не делится.

Например, сумма $34 + 125 + 376 + 1024$ на 2 не делится, так как $34 \div 2$, $376 \div 2$, $124 \div 2$, но $125 \nmid 2$.

Теорема 9. Если в произведении ab множитель a делится на натуральное число m , а множитель b делится на натуральное число n , то ab делится на mn .

Справедливость этого утверждения вытекает из теоремы о делимости произведения.

Теорема 10. Если произведение ac делится на произведение bc , причем c - натуральное число, то и a делится на b .

Доказательство. Так как ac делится на bc , то существует такое натуральное число q , что $ac = (bc)q$, откуда $ac = (bq)c$ и, следовательно, $a = bq$, т.е. $a \div b$.

Признаки делимости

Теорема 11 (признак делимости на 2). Для того чтобы число x делилось на 2, необходимо и достаточно, чтобы его десятичная запись оканчивалась одной из цифр 0, 2, 4, 6, 8.

Теорема 12 (признак делимости на 5). Для того чтобы число x делилось на 5, необходимо и достаточно, чтобы его десятичная запись оканчивалась цифрой 0 или 5.

Доказательство этого признака аналогично доказательству признака делимости на 2.

Теорема 13 (признак делимости на 4). Для того чтобы число x делилось на 4, необходимо и достаточно, чтобы на 4 делилось двузначное число, образованное последними двумя цифрами десятичной записи числа x .

Например, число 157872 делится на 4, так как последние две цифры в его записи образуют число 72, которое делится на 4. Число 987641 не делится на 4, так как последние две цифры в его записи образуют число 41, которое не делится на 4.

Теорема 14 (признак делимости на 9). Для того чтобы число x делилось на 9, необходимо и достаточно, чтобы сумма цифр его десятичной записи делилась на 9.

Наименьшее общее кратное

Общее кратное. Наименьшее общее кратное.

Общим кратным нескольких чисел называется число, которое делится на каждое из этих чисел.

Например, числа 9, 18 и 45 имеют общее кратное 180. Но 90 и 360 – тоже их общие кратные.

Среди всех общих кратных всегда есть наименьшее, в данном случае это 90.

Это число называется *наименьшим общим кратным* (НОК).

Чтобы найти *наименьшее общее кратное* (НОК) нескольких чисел надо:

1) представить каждое число как произведение его *простых множителей*, например:

$$504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7,$$

2) записать *степени всех простых множителей*:

$$504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^1,$$

- 3) выписать *все простые делители (множители)* каждого из этих чисел;
- 4) выбрать *наибольшую степень* каждого из них, встретившуюся во всех разложениях этих чисел;
- 5) перемножить эти степени.

Пример. Найти НОК чисел: 168, 180 и 3024.

Решение. $168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 7^1$,
 $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$,
 $3024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7^1$.

Выписываем наибольшие степени всех простых делителей
и перемножаем их:

$$\text{НОК} = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 15120.$$

Наибольший Общий Делитель

Отправлено 9 февр. 2015 г., 15:57 пользователем Ksenija Borska

Наибольший общий делитель

Общий делитель. Наибольший общий делитель.

Общим делителем нескольких чисел называется число, которое является делителем каждого из них. Например, числа 36, 60, 42 имеют общие делители 2, 3 и 6. Среди всех общих делителей всегда есть наибольший, в данном случае это 6. Это и есть **наибольший общий делитель** (НОД).

Чтобы найти **наибольший общий делитель** (НОД) нескольких чисел надо:

- 1) представить каждое число как произведение его *простых множителей*, например:
 $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$,
- 2) записать *степени всех простых множителей*:
 $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$,
- 3) выписать *все общие делители (множители)* этих чисел;
- 4) выбрать *наименьшую* степень каждого из них, встретившуюся во всех произведениях;
- 5) перемножить эти степени.

Пример. Найти НОД чисел: 168, 180 и 3024.

Решение. $168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 7^1$,
 $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$,
 $3024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7^1$.

Выпишем наименьшие степени общих делителей 2 и 3
и перемножим их:

$$\text{НОД} = 2^2 \cdot 3^1 = 12.$$

Множители

Отправлено 9 февр. 2015 г., 15:54 пользователем Ksenija Borska

Простые и составные числа

Все целые числа (кроме 0 и 1) имеют минимум два делителя: 1 и самого себя. Числа, не имеющие других делителей, называются **простыми числами**.

Числа, имеющие другие делители, называются **составными** (или **сложными**) **числами**.

Простых чисел – бесконечное множество. Ниже приведены простые числа, не превосходящие 200:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43,
 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101,
 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151,
 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199.

Разложение на простые множители

Всякое составное число может быть единственным образом представлено в виде произведения простых множителей. Например,

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3, \quad 225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5, \quad 1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7.$$

Для небольших чисел это разложение легко делается на основетаблицы умножения. Для больших чисел рекомендуем пользоваться следующим способом, который рассмотрим на конкретном примере. Разложим на простые множители число 1463. Для этого воспользуемся таблицей простых чисел:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43,
47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101,
103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151,
157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199.

Перебираем числа по этой таблице и останавливаемся на том числе, которое является делителем данного числа. В нашем примере это 7. Делим 1463 на 7 и получаем 209. Теперь повторяем процесс перебора простых чисел для 209 и останавливаемся на числе 11, которое является его делителем. Делим 209 на 11 и получаем 19, которое в соответствии с этой же таблицей является простым числом. Таким образом, имеем: $1463 = 7 \cdot 11 \cdot 19$, т.е. простыми делителями числа 1463 являются 7, 11 и 19. Описанный процесс можно записать следующим образом:

Делимое	Делитель
1463	7
209	11
19	19

Признаки делимости

Признаки делимости

Признаки делимости на 2, 4, 8, 3, 9, 6, 5, 25, 10, 100, 1000, 11.

Признак делимости на 2. Число делится на 2, если его *последняя цифра* - ноль или делится на 2. Числа, делящиеся на два, называются *чётными*, не делящиеся на два – *нечётными*.

Признак делимости на 4. Число делится на 4, если *две его последние цифры* - нули или образуют число, которое делится на 4.

Признак делимости на 8. Число делится на 8, если *три его последние цифры* - нули или образуют число, которое делится на 8.

Признаки делимости на 3 и 9. Число делится на 3, если его *сумма цифр* делится на 3. Число делится на 9, если его *сумма цифр* делится на 9.

Признак делимости на 6. Число делится на 6, если оно делится на 2 и на 3.

Признак делимости на 5. Число делится на 5, если его *последняя цифра* - ноль или 5.

Признак делимости на 25. Число делится на 25, если *две его последние цифры* - нули или образуют число, которое делится на 25.

Признак делимости на 10. Число делится на 10, если его *последняя цифра* - ноль.

Признак делимости на 100. Число делится на 100, если *две его последние цифры* – нули.

Признак делимости на 1000. Число делится на 1000, если *три его последние цифры* – нули.

Признак делимости на 11. На 11 делятся только те числа, у которых *сумма цифр*, стоящих на *нечётных местах*, либо равна сумме цифр, стоящих на *чётных местах*, либо отличается от неё на число, делящееся на 11.

Пр и м е р . Число 378015 делится на 3, так как сумма его цифр равна:

$$3 + 7 + 8 + 0 + 1 + 5 = 24, \text{ а это число делится на 3. Данное}$$

число делится на 5, так как его последняя цифра 5. Наконец,

это число делится на 11, так как суммы его нечётных цифр:
 $3 + 8 + 1 = 12$ и чётных цифр $7 + 0 + 5 = 12$ равны.
 Но это число не делится на 2, 4, 6, 8, 9, 10, 25, 100 и 1000, так как ...

Тема 4.11. Расширение множества натуральных чисел.

Понятие дроби. Положительные рациональные числа. Множество положительных рациональных чисел как расширение множества натуральных чисел. Запись положительных рациональных чисел в виде десятичных дробей. Действительные числа.

О РАСШИРЕНИИ МНОЖЕСТВА НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

План:

1. Рациональные числа. Понятие дроби.
2. Рациональное число как класс эквивалентных дробей.
3. Арифметические действия над рациональными числами. Сумма, произведение, разность, частное рациональных чисел. Законы сложения и умножения.
4. Свойства отношения «меньше» на множестве рациональных чисел.

Действительные числа - не последние в ряду различных чисел. Процесс, начавшийся с расширения множества натуральных чисел, продолжается и сегодня - этого требует развитие различных наук и самой математики.

Знакомство учащихся с дробными числами происходит, как правило, в начальных классах. Затем понятие дроби уточняется и расширяется в средней школе. В связи с этим учителю необходимо владеть понятием дроби и рационального числа, знать правила выполнения действий над рациональными числами, свойства этих действий. Все это нужно не только для того, чтобы математически грамотно ввести понятие дроби и обучать младших школьников выполнять с ними действия, но и, что не менее важно, видеть взаимосвязи множеств рациональных и действительных чисел с множеством натуральных чисел. Без их понимания нельзя решить проблему преемственности в обучении математике в начальных и последующих классах школы.

Отметим особенность изложения материала данного параграфа, которая обусловлена как небольшим объемом курса математики для учителей начальных классов, так и его назначением: материал будет представлен во многом конспективно, часто без строгих доказательств; более подробно будет изложен материал, связанный с рациональными числами.

Расширение множества \mathbb{N} натуральных чисел будет происходить в такой последовательности: сначала строится множество \mathbb{Q}^+ положительных рациональных чисел, затем показывается, как его можно расширить до множества \mathbb{R}^+ положительных действительных чисел, и, наконец, очень кратко описывается расширение множества \mathbb{R}^+ до множества \mathbb{R} всех действительных чисел.

Пусть требуется измерить длину отрезка x с помощью единичного отрезка e (рис. 128). При измерении оказалось, что отрезок x состоит из трех отрезков, равных e , и отрезка, который короче отрезка e . В этом случае длина отрезка x не может быть выражена натуральным числом.

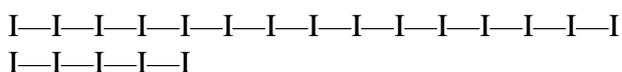


Рис. 128

Однако если отрезок e разбить на 4 равные части, то отрезок x окажется состоящим из 14 отрезков, равных четвертой части отрезка e . И тогда, говоря о длине отрезка x , мы должны указать два числа 4 и 14: четвертая часть отрезка e укладывается в отрезке точно 14 раз. Поэтому услови-

лись длину отрезка x записывать в виде $\frac{14}{4} \cdot E$, где E - длина единичного отрезка e , а символ $\frac{14}{4}$ называть дробью.

В общем виде понятие дроби определяют так.

Пусть даны отрезок x и единичный отрезок e , длина которого E . Если отрезок x состоит из m отрезков, равных n -ой части отрезка e , то длина отрезка x может быть представлена в

виде $\frac{m}{n} \cdot E$, где символ $\frac{m}{n}$ называют дробью (и читают «эм энных»).

В записи дроби числа m и n - натуральные, m называется числителем, n - знаменателем дроби.

Дробь называется правильной, если ее числитель меньше знаменателя, и неправильной, если ее числитель больше знаменателя или равен ему.

Вернемся к рисунку 128, где показано, что четвертая часть отрезка уложилась в отрезке x точно 14 раз. Очевидно, это не единственный вариант выбора такой части отрезка e , которая укладывается в отрезке x целое число раз. Можно взять восьмую часть отрезка e , тогда отрезок x будет состоять из 28 таких частей и его длина будет выражаться дробью $28/8$. Можно взять шестнадцатую часть отрезка e , тогда отрезок x будет состоять из 56 таких частей и его длина будет выражаться дробью $56/16$.

Вообще длина одного и того же отрезка x при заданном единичном отрезке e может выражаться различными дробями, причем, если длина выражена дробью $\frac{m}{n}$, то она может быть выра-

жена и любой дробью вида $\frac{mk}{nk}$, где k - натуральное число.

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$$

Теорема. Для того чтобы дроби $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$ выражали длину одного и того же отрезка, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство $mq = np$.

Доказательство этой теоремы мы опускаем.

Определение. Две дроби m/n и p/q называются равными, если $mq = np$.

Если дроби равны, то пишут $m/n = p/q$.

Например, $17/3 = 119/21$, так как $17 \cdot 21 = 119 \cdot 3 = 357$, а $17/19 = 23/27$, потому что $17 \cdot 27 = 459$, $19 \cdot 23 = 437$ и $459 \neq 437$.

Из сформулированных выше теоремы и определения следует, что две дроби равны тогда и только тогда, когда они выражают длину одного и того же отрезка.

Нам известно, что отношение равенства дробей рефлексивно, симметрично и транзитивно, т.е. является отношением эквивалентности. Теперь, используя определение равных дробей, это можно доказать.

Теорема. Равенство дробей является отношением эквивалентности.

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$$

Доказательство. Действительно, равенство дробей рефлексивно: $\frac{m}{n} = \frac{m}{n}$, так как равенство $m/n = m/n$ справедливо для любых натуральных чисел m и n . Равенство дробей симметрич-

но: если $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$, то $\frac{p}{q} = \frac{m}{n}$, так как из $mq = np$ следует, что $pn = qm$ ($m, n, p, q \in \mathbb{N}$).

Оно транзитивно: если $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ и $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, то $\frac{m}{n} = \frac{r}{s}$. В самом деле, так как, то $mq = np$, а

так как $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, то $ps = qr$. Умножив обе части равенства $mq = np$ на s , а равенства $ps = qr$ на n , получим $mqs = np s$ и $nps = qrn$. Откуда $mqs = qrn$ или $ms = nr$. Последнее равенство

означает, что $\frac{m}{n} = \frac{r}{s}$. Итак, равенство дробей рефлексивно, симметрично и транзитивно, следовательно, оно является отношением эквивалентности.

Из определения равных дробей вытекает *основное свойство дроби*. Напомним его.

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится дробь, равная данной.

На этом свойстве основано *сокращение дробей и приведение дробей к общему знаменателю*.

Сокращение дробей - это замена данной дроби другой, равной данной, но с меньшим числителем и знаменателем.

Если числитель и знаменатель дроби одновременно делятся только на единицу, то дробь называют *несократимой*. Например, $\frac{5}{17}$ - несократимая дробь, так как ее числитель и знаменатель делятся одновременно только на единицу, т.е. $D(5, 17) = 1$.

Приведение дробей к общему знаменателю - это замена данных дробей равными им дробями, имеющими одинаковые знаменатели. Общим знаменателем двух дробей $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$ является общее кратное чисел n и q , а наименьшим общим знаменателем - их наименьшее кратное $K(n, q)$.

Задача. Привести к наименьшему общему знаменателю дроби $\frac{8}{15}$ и $\frac{4}{35}$.

Решение. Разложим числа 15 и 35 на простые множители: $15 = 3 \cdot 5$, $35 = 5 \cdot 7$. Тогда $K(15, 35) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$. Поскольку $105 = 15 \cdot 7 = 35 \cdot 3$, то $\frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 7}{15 \cdot 7} = \frac{56}{105}$, $\frac{4}{35} = \frac{4 \cdot 3}{35 \cdot 3} = \frac{12}{105}$.

Множество положительных рациональных чисел как расширение множества натуральных чисел

Чтобы множество \mathbf{Q}_+ положительных рациональных чисел являлось расширением множества \mathbf{N} натуральных чисел, необходимо выполнение ряда условий.

Первое условие - это существование между \mathbf{N} и \mathbf{Q}_+ отношения включения. Докажем, что $\mathbf{N} \subset \mathbf{Q}_+$.

Пусть длина отрезка x при единичном отрезке e выражается натуральным числом m . Разобьем единичный отрезок на n равных частей. Тогда n -ая часть единичного отрезка бу-

дет укладываться в отрезке x точно $\frac{m \cdot n}{n}$ раз, т.е. длина отрезка x будет выражена дробью $\frac{m \cdot n}{n}$. Значит, длина отрезка x выражается и натуральным числом m , и положительным рациональным

числом $\frac{m \cdot n}{n}$. Но это должно n быть одно и то же число. Поэтому целесообразно считать, что дроби вида $\frac{m \cdot n}{n}$ являются записями натурального числа m . Следовательно, $\mathbf{N} \subset \mathbf{Q}_+$.

Так, например, натуральное число 6 можно представить в виде следующих дробей: $\frac{6}{1}, \frac{12}{2}, \frac{18}{3}, \frac{24}{4}, \frac{30}{5}$, и т. д.



Отношение между множествами \mathbf{N} и \mathbf{Q}_+ представлено на рисунке 28.

Рис.28

Числа, которые дополняют множество натуральных чисел до множества положительных рациональных, называются **дробными**.

Второе условие, которое должно быть выполнено при расширении множества натуральных чисел, - это согласованность операций, т.е. результаты арифметических действий, произведенных по правилам, существующим для натуральных чисел, должны совпадать с результатами действий над ними, но выполненными по правилам, сформулированным для положительных рациональных чисел. Нетрудно убедиться в том, что и это условие выполняется.

Пусть a и b - натуральные числа, $a + b$ - их сумма, полученная по правилам сложения в \mathbf{N} .

Вычислим сумму чисел a и b по правилу сложения в \mathbf{Q}_+ . Так как $a = \frac{a}{1}, b = \frac{b}{1}$, то $a + b = \frac{a}{1} + \frac{b}{1} = \frac{a+b}{1} = a + b$.

Убедиться в том, что второе условие выполняется и для других операций, можно аналогично или посмотреть тут <http://www.zachnik.com/kontrol.html>.

Третье условие, которое должно быть выполнено при расширении множества натуральных чисел - это выполнимость в \mathbf{Q}_+ операции, не всегда осуществимой в \mathbf{N} . И это условие соблюдено: деление, которое не всегда выполняется в множестве \mathbf{N} , в множестве \mathbf{Q}_+ выполняется всегда.

Сделаем еще несколько дополнений, раскрывающих взаимосвязи между натуральными и положительными рациональными числами.

$$\frac{m}{n}$$

1. Черту в записи дроби $\frac{m}{n}$ можно рассматривать как знак деления.

Действительно, возьмем два натуральных числа m и n и найдем их частное по правилу (4) деления положительных рациональных чисел:

$$m : n = \frac{m}{1} : \frac{n}{1} = \frac{m \cdot 1}{1 \cdot n} = \frac{m}{n}$$

Обратно, если дана дробь $\frac{m}{n}$, то ее можно рассматривать как частное натуральных чисел m и n :

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot 1}{1 \cdot n} = \frac{m}{1} : \frac{n}{1} = m : n$$

2. Любую неправильную дробь можно представить либо в виде натурального числа, либо в виде смешанной дроби.

Пусть $\frac{m}{n}$ - неправильная дробь. Тогда $m > n$. Если m кратно n , то в этом случае дробь $\frac{m}{n}$ является записью натурального числа. Если число m не кратно n , то разделим m на n с остатком: $m = nq + r$, где $r < n$. Подставим $nq + r$ вместо m в запись $\frac{m}{n}$ и применим правило (1) сложения положительных рациональных чисел:

$$\frac{m}{n} = \frac{nq+r}{n} = \frac{nq}{n} + \frac{r}{n} = q + \frac{r}{n}$$

Так как $r < n$, то дробь $\frac{r}{n}$ - правильная. Следовательно, неправильная дробь $\frac{m}{n}$ оказалась представленной в виде суммы натурального числа q и правильной дроби $\frac{r}{n}$. Это действие называется выделением целой части из неправильной дроби. Напри-

мер, $\frac{17}{5} = \frac{5 \cdot 3 + 2}{5} = \frac{5 \cdot 3}{5} + \frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$.

Сумму натурального числа и правильной дроби принято записывать без знака сложения:

т.е. вместо $3 + \frac{2}{5}$ пишут $3\frac{2}{5}$ и называют такую запись *смешанной дробью*.

Справедливо также утверждение: всякую смешанную дробь можно записать в виде неправильной дроби. Например:

$$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{15 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

Тема 4.12. Методика изучения дробей в НКМ.

Нахождение доли числа и числа по его доле. Решение задач на нахождение дроби числа.

В соответствии с программой по математике в начальных классах должна быть проведена подготовка к изучению дробей в старших классах школы. Это значит, в начальных классах школы надо создать конкретные представления о доле и дроби. С этой целью по традиционной программе (1-3) в курс математики были включены темы «Доли» (2 класс), «Дроби» (3 класс). По программе 1-4 в 3 классе предусматривается знакомство с долями, дети учатся их сравнивать и решать задачи на нахождение доли числа и числа по его доле. Включение темы «Дроби» является необязательным (т.к. основное содержание начального курса математики связано с изучением натуральных чисел и 0). Предложенный в учебнике материал для углубления знаний о долях (М4М, ч.2) учитель может использовать по своему усмотрению (если в конце учебного года осталось время). В 4 классе учащиеся узнают, что такое дробь (сам термин не вводится), школьники знакомятся с ее чтением, записью, учатся сравнивать дроби с кратными знаменателями.

Данная тема является единственной в начальном курсе математики, в которой изучаются числа, выходящие за пределы множества Z_0 . Однако изучение рациональных чисел – формальное, т.е. расширение множества Z_0 не прослеживается.

Рассмотрим основные вопросы методики изучения долей и дробей в начальной школе.

Методика изучения долей.

Для формирования правильных представлений о долях необходимо использовать достаточное количество разнообразных наглядных пособий. Как показал опыт, наиболее удобными пособиями являются модели геометрических фигур. Но для первого объяснения можно использовать игровую ситуацию, связанную, например, с разделением яблока на равные части.

Детям предлагается задача: *Два друга хотят разделить между собой поровну 4 яблока. Сколько яблок получит каждый?*

Ученики решают задачу, записывая: $4 : 2 = 2$ (яб.)

Предлагается еще одна задача: *Два друга хотят поделить между собой поровну 1 яблоко. Сколько яблок получит каждый?*

Учитель берет яблоко и просит его разделить между друзьями поровну. Как поступить в данном случае? Ученики предлагают разрезать яблоко на 2 равные части. Учитель разрезает яблоко, показывает одну из равных частей и спрашивает:

- Как можно назвать эту часть яблока? (*половина*).

- Почему? (*яблоко разделили пополам*).

- Кто догадался, как можно по-другому назвать половину? (*одна вторая доля яблока*).

- Как получили одну вторую долю? (*яблоко разделили на 2 равные части и взяли 1 такую часть*).

Учитель показывает вторую долю и предлагает учащимся назвать ее (*одна вторая доля*).

- Сколько всего таких долей в яблоке? (*две вторых*).

- Вспомните вопрос задачи и ответьте на него (*каждому другу досталась половина яблока, или одна вторая доля яблока*).

Затем предлагается еще одна задача: *Одно яблоко нужно разделить поровну между четырьмя друзьями. Сколько яблок получит каждый?*

Дети отмечают, что нужно еще раз разрезать яблоко пополам.

- На сколько равных частей разделили яблоко? (*на 4*).

- Кто догадается, как называется одна такая часть яблока? (*одна четвертая доля яблока*).

- Как получили одну четвертую долю? (*разделили яблоко на 4 равные части и взяли одну такую часть*).

Таким образом, доли в начальной школе определяются как **равные части целого**.

По усмотрению учителя можно показать детям запись такого числа (введение этого материала предусмотрено только в 4 кл.).

- Доли записываются с помощью двух чисел. Одна четвертая доля обозначается так: $\frac{1}{4}$. Черта показывает, что мы разделили яблоко (предмет). Число 4 показывает, на сколько равных частей разделили. Число 1 показывает, сколько частей (долей) яблока получит каждый друг.

Также рассматривается запись $\frac{1}{2}$ доли, затем образуются доли $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ и др. При этом учащиеся должны уяснить, что для получения, например, $\frac{1}{5}$ отрезка (прямоугольника, бумажной полоски) надо данный отрезок (или другую фигуру) разделить на 5 равных частей и взять одну такую часть; что в данном отрезке (или другой фигуре) 5 пятых долей; что одна пятая доля записывается так: $\frac{1}{5}$; что в этой записи число 5 обозначает, на сколько равных частей разделен отрезок (или другая фигура), а число 1 показывает, что взяли одну такую часть.

Для закрепления этих знаний и умений учащимся предлагаются различные упражнения (МЗМ, ч.1, с. 96-97). Это прежде всего упражнения в назывании и записи долей:

Пример. Назовите и запишите, какая доля квадрата (круга) заштрихована (отрезана, закрашена).

Можно предлагать детям самим изобразить какую-либо долю отрезка (круга, квадрата) и записать эту долю.

В каждом случае нужно спрашивать, сколько всего долей в целом. Например, сколько четвертых долей в целом круге? сколько третьих долей отрезка во всем отрезке?

Эффективным упражнением для формирования представлений о долях является сравнение долей одной и той же величины. При этом можно использовать полоску бумаги (у учителя и у учеников):

- Согните полоску пополам и половинку заштрихуйте (все действия учитель показывает).
 - Как называется половина полоски? Как обозначается?
 - Еще раз согните полоску пополам.
 - Как называется полученная часть полоски? Как обозначается?
 - Заштрихуйте $\frac{1}{4}$ часть полоски.
 - Какая часть полоски больше: $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{4}$?
 - Запишем результат сравнения: $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$.
- Затем сравнивают $\frac{1}{2}$ и 1, $\frac{1}{4}$ и 1.

Методика обучения решению задач на нахождение доли числа

Для знакомства лучше предлагать задачи, которые легко можно проиллюстрировать.

Пример. От куска проволоки длиной 15 см отрезали третью часть. Чему равна длина отрезанного куска?

Ученики изображают кусок проволоки.

Выясняется, как найти одну третью часть (разделить отрезок на 3 равные части и взять одну такую часть).

Решение: $15:3=5$ (см).

В дальнейшем задачи на нахождение доли числа включаются как в устные, так и в письменные работы.

Например. Сколько см в $\frac{1}{2}$ дм? В $\frac{1}{4}$ м?

Сколько минут в $\frac{1}{2}$ часа? в $\frac{1}{5}$ часа?

При изучении мер времени надо объяснить детям, почему принято говорить: «половина второго», «без четверти 10» и т.п.

Пример. Сережа отрезал от куска проволоки 4 см. Это одна третья всего куска. Какой длины был кусок проволоки?

- Изобразим кусок проволоки, который отрезал Сережа: **4 см**
- Какую часть проволоки составляет отрезанный кусок? ($\frac{1}{3}$).
- Как изобразить весь кусок? (взять 3 раза по 4 см).
- Почему? (4 см – это $\frac{1}{3}$ всего куска, а во всем куске будет 3 трети).

- Какой длины был весь кусок? ($4 \times 3 = 12$ см).

4 см

?

Методика изучения дробей

Образование дробей, как и образование долей, рассматривается с помощью наглядных пособий.

- Разделите круг на 4 равные части. Как назвать каждую такую часть? Запишите.

- Покажите три четвертые доли. Вы получили **дробь** – три четвертых. Кто сможет записать эту дробь? Что показывает число 4? (*на сколько равных частей разделили круг*). Что показывает число 3? (*сколько таких частей взяли*).

Аналогичным образом получают и записывают другие дроби, объясняя, что показывает каждое число (М4М, ч.2, с. 103).

Интересный прием введения понятия «дробь» предлагается в учебнике Н.Б. Истоминой (М4И, с.212). Задается проблемная ситуация:

Какая часть прямоугольника закрашена на каждом рисунке?

Миша: Я думаю, что на каждом рисунке закрашена одна часть прямоугольника.

Маша: По-моему, ты не понял, о чем тебя спрашивают, и отвечаешь на вопрос «Сколько частей прямоугольника закрашено на каждом рисунке?». Посмотри внимательно, чем прямоугольники отличаются друг от друга. Ведь каждый из них разделили по-разному на равные части!

Миша: Действительно, первый разделен на 15 равных частей, второй на 6 равных частей.. Значит, на первом рисунке закрашена *одна пятнадцатая* часть прямоугольника; на втором – *одна шестая* часть прямоугольника и т.д. но как это записать математическими знаками?

Маша: Для этого математики придумали числа, которые назвали **дробями**. Для записи дробей используются уже знакомые тебе знаки (цифры) и черта. **Под чертой** пишут число, которое показывает, на сколько равных частей разделили предмет, фигуру или величину. Это число называют **знаменателем**. А число **над чертой** показывает, сколько таких частей взяли (или закрасили). Это число называют **числителем**.

Сравни свой ответ с рассуждениями Маши:

Маша: Я думаю, что сначала нужно выяснить, на сколько равных частей разделили отрезок от 0 до 1. потом посмотреть, сколько таких частей находится от 0 до точки А, и записать дробь.

*Отрезок от 0 до 1 в математике называют **единичным отрезком**.*

Для сравнения дробей обычно используется иллюстрация с равными прямоугольниками. Учащимся предлагается начертить в тетради прямоугольник (длина – 16 см, ширина – 1 см).

- Под этим прямоугольником начертите такой же. Разделите его пополам (на 2 равные части). Какие доли получили? (*вторые, половины*). Сколько вторых долей в целом прямоугольнике? Подпишите.

- Ниже начертите такой же прямоугольник и разделите его на 4 равные части. Как называется каждая часть? Сколько четвертых долей в целом прямоугольнике? Сколько четвертых долей в половине? Что больше: $\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ или $\frac{2}{4}$; $\frac{1}{4}$ или $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{2}$ или $\frac{4}{4}$?

- Начертите четвертый такой же прямоугольник и разделите его на 8 равных частей. Как называются полученные доли? Сколько восьмых долей в целом? Сколько восьмых долей в одной четверти? В половине прямоугольника? Что больше: $\frac{3}{8}$ или $\frac{1}{4}$? Какой дроби равна $\frac{1}{2}$?

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

4 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$

Тема 4.13. Выражения, уравнения, неравенства.

Методика изучения числовых выражений, числовых равенств и неравенств. Методика изучения выражений с одной и двумя переменными. Методика обучения решению уравнений, задач с помощью составления уравнений.

ПЛАН

1. Методика изучения числовых выражений, числовых равенств и неравенств.
2. Методика обучения решению уравнений, задач с помощью составления уравнений.

1.Методика изучения числовых выражений, числовых равенств и неравенств.

Введение элементов алгебры в начальную школу способствует более полному раскрытию арифметических понятий. В государственных образовательных стандартах школ России отмечается, что учащиеся должны:

- уметь различать знаки отношений «>», «<», «=»;
- сравнивать числа;
- различать отношения «меньше на столько-то» и «меньше во столько-то раз», «больше на столько-то» и «больше во столько-то раз» и связывать их с соответствующими арифметическими действиями;
- использовать при чтении числовых выражений термины «сумма», «разность», «произведение», «частное»;
- называть компоненты арифметических действий;
- воспроизводить по памяти правила нахождения неизвестных компонентов арифметических действий;
- находить значения числовых выражений (в том числе выражений со скобками), содержащих 2-3 арифметических действия;
- находить числовое значение буквенных выражений при заданных числовых значениях входящих в них букв;
- решать простейшие уравнения;
- решать задачи с использованием зависимости между величинами.[24]

Понятие математического выражения (или просто выражения), изучаемое в начальных классах, имеет важное значение. Так, это понятие помогает учащимся овладеть вычислительными навыками. Действительно, часто вычислительные ошибки связаны с непониманием структуры выражений, нетвердым знанием порядка выполнения действий в выражениях. Усвоение понятия выражения обуславливает формирование таких важных математических понятий, как равенство, неравенство, уравнение. Умение составлять выражения по задаче необходимо для овладения умения решать задачи алгебраическим способом, т.е. с помощью составления уравнений.

Числовое выражение – это: 1) число; 2) последовательность чисел, знаков, арифметических действий и скобок, имеющая смысл.

Например, 3 ; $4 + 2$; $6 \cdot (5 + 7)$ – числовые выражения.

Последовательность $+5 - ()$ смысла не имеет, следовательно, не является числовым выражением.

Число, полученное в результате последовательного выполнения арифметических действий, указанных в выражении, называется **значением числового выражения**.

В 1 классе рассматриваемый учебник не использует данные понятия. С числовым выражением в явном виде (с названием) дети знакомятся во 2 классе.

Простейшие числовые выражения содержат только знаки сложения и вычитания, например: $30 - 5 + 7$; $45 + 3$; $8 - 2 - 1$ и т. п.

Выполнив указанные действия, получим *значение выражения*.

Например: $30 - 5 + 7 = 32$, где 32 — значение выражения.

Некоторые выражения, с которыми дети знакомятся в курсе математики начальных классов, имеют собственные названия:

$4 + 5$ — сумма;

$6 - 5$ — разность;

$7 \cdot 6$ — произведение;

$63 : 7$ — частное.

Эти выражения имеют названия для каждого компонента: компоненты суммы — слагаемые; компоненты разности — уменьшаемое и вычитаемое; компоненты произведения — множители; компоненты деления — делимое и делитель. Названия значений этих выражений совпадают с названием выражения, например: значение суммы называют «сумма»; значение частного называют «частное» и т. п.

Запоминанию новых терминов способствуют плакаты вида

УМЕНЬШАЕМОЕ		ВЫЧИТАЕМОЕ			
7	-	2	=	5	
		РАЗНОСТЬ		РАЗНОСТЬ	
				(значение разности)	

Для закрепления этих терминов предлагаются упражнения вида: «Вычислите сумму чисел; запишите сумму чисел; сравните суммы чисел (вставьте знак $>$, $<$ или $=$ вместо \cdot в запись $4 + 3 \cdot 5 + 1$ и прочтите полученную запись); замените число суммой одинаковых (разных) чисел; заполните таблицу; составьте по таблице примеры и решите их». Важно, чтобы дети поняли, что при вычислении суммы производится указанное действие (сложение), а при записи суммы получаем два числа, соединенных знаком плюс.

При изучении сложения и вычитания в пределах 10 включаются выражения, состоящие из трех и более чисел, соединенных одинаковыми или различными знаками действий вида: $3+1+1$, $4-1-1$, $2+2+2+2$, $7-4+2$, $6+3-7$. раскрывая смысл таких выражений, учитель показывает, как их читают (например, к трем прибавить один и к полученному числу прибавить ещё один). Вычисляя значения этих выражений, дети практически овладевают правилом о порядке действий в выражениях без скобок, хотя и не формулируют его. Несколько позднее детей учат преобразовывать выражения в процессе вычислений, например: $10-7+5=3+5=8$. такие записи являются первым шагом в выполнении тождественных преобразований. Знакомство первоклассников с выражениями вида $10 - (6+2)$, $(7-4)+5$ и т.п. готовит их к изучению правил прибавления числа к сумме, вычитания числа из суммы и др., к записи решения составных задач, а также способствует более глубокому усвоению понятия выражения.

С выражениями в два и более арифметических действий учащиеся знакомятся при изучении приёма прибавления и вычитания по частям (случаи вида: $\square + 2$, $\square - 2$, $\square + 3$, $\square - 3$ и т.п.), которые решаются следующим образом:

$$4 + 3$$

$$4 + 2 + 1 = 7$$

$$5 - 3$$

$$5 - 2 - 1 = 2$$

Вычисляя значения таких выражений, учащиеся овладевают правилом порядка выполнения действий в выражениях без скобок, содержащих действия первой ступени.

Важное значение при изучении числовых выражений имеет умение сравнивать числа, число и выражение, два выражения.

Первичное знакомство с числовыми равенствами и неравенствами происходит в теме «Числа от 1 до 10». В этот период выполняют задания на сравнение совокупностей предметов путём установления взаимно однозначного соответствия. Результаты сравнения не записываются.

На следующем этапе выполняют сравнение чисел с опорой на предметную наглядность, а затем – с опорой на свойство натурального ряда чисел, в соответствии с которым из двух различных натуральных чисел больше то, которое при счёте называют позже, и меньше то, которое при счёте называют раньше. Установленные отношения записывают с помощью знаков отношений порядка («>», «<», «=»).

В дальнейшем сравнение чисел производится либо на основании их места в натуральном ряду, либо на основании сравнения соответствующих разрядных чисел (например, $243 < 245$, так как сотен и десятков в этих числах поровну, а единиц в первом числе меньше, чем во втором).

Аналогично сравниваются величины: $2 \text{ м } 5 \text{ дм } > 2 \text{ м } 4 \text{ дм}$. Причём, сравнивая величины, их выражают в единицах одного наименования: $2 \text{ м } 5 \text{ дм } = 25 \text{ дм}$, $2 \text{ м } 4 \text{ дм } = 24 \text{ дм}$, $25 \text{ дм } > 24 \text{ дм}$.

Переход к сравнению выражений осуществляется постепенно. Сначала сравнивают выражение и число с опорой на наглядность. Например, неравенства вида: $3 + 1 > 3$, а $3 - 1 < 3$, полезно получить из равенства ($3 = 3$). Для этого учащиеся выкладывают на партах по 3 модели – кругов (слева), и квадратов (справа). Выясняют, что кругов и квадратов поровну – их по 3. Затем добавляют один круг и записывают: « $3 + 1$ ». Видят, что слева фигур стало больше, чем справа. Делают вывод: $3 + 1 > 3$. Аналогично производится работа с неравенством $3 - 1 < 3$.

В дальнейшем выражение и число сравнивают, не прибегая к операциям над предметными множествами, а находят значение выражения и сравнивают его с заданным числом. Такой способ сравнения числовых выражений в начальных классах является основным.

Когда школьники научатся сравнивать выражение и число, осуществляется переход к сравнению двух выражений на основе сравнения их числовых значений.

Позднее, без определений, происходит знакомство:

- с терминами «числовое выражение», «значение числового выражения»;
- с правилами порядка выполнения действий в выражениях, содержащих скобки и действия разных ступеней (усваивают, что умножение и деление являются действиями второй ступени и при отсутствии скобок выполняются раньше, чем сложение и вычитание; в выражении со скобками действие в скобках выполняется первым);
- учатся читать выражения, содержащие действия разных ступеней и находить их числовые значения.

Обращается особое внимание на способ названия выражений, который зависит от порядка выполнения арифметических действий.

Например, выражение $6 \cdot 2 - 10 : 2$ читается так: «разность произведения чисел 6 и 2 и частного чисел 10 и 2»; «произведение чисел 6 и 2 уменьшить на частное чисел 10 и 2» и т.д.

При знакомстве с правилами порядка выполнения арифметических действий учитель обращает внимание, что несоблюдение данных правил приводит к ошибочному результату.

Эффективными в этой ситуации являются упражнения, в которых требуется расставить скобки так, чтобы выражение имело заданное значение; задания, при вычислении значений которых применяется не одно, а два или три правила порядка выполнения арифметических действий

вида: $90 \cdot 8 - (240 + 170) + 190$, в которых числа следует подбирать таким образом, чтобы они допускали выполнение действий в любом порядке. Решение аналогичных заданий создаёт условия для сознательного применения изученных правил.

В теме «Свойства сложения» происходит знакомство младших школьников с преобразованием числовых выражений.[34]

Тождественные преобразования числовых выражений

Тождественные преобразования выражений — это замена данного выражения другим, значение которого равно значению данного выражения. Иными словами, тождественные преобразования не меняют значение выражения. В начальной школе все преобразования, выполняемые над выражениями, тождественные. Преобразования, которые могут нарушать тождественность, дети встречают только в математике старших классов — это возведение в квадрат, потенцирование, логарифмирование и т. п.

В начальных классах тождественные преобразования опираются на свойства арифметических действий (прибавление суммы к числу, вычитания суммы из числа и т. п.). С учетом этих свойств

можно изменять порядок действий в выражениях по отношению к общему правилу и при этом значение выражения не изменяется.

Например:

$$(54 + 30) - 14 = (54 - 14) + 30 - 40 + 30 = 70.$$

Тождественные преобразования могут выполняться на основе конкретного смысла действий.

Например:

Сравни выражения:

$$35 \cdot 6 + 35 * 35 \cdot 7.$$

$$35 \cdot 6 + 35 = 35 \cdot 7, \text{ значит, эти выражения имеют равные значения.}$$

1.3 Порядок выполнения действий в выражениях

Основная цель изучения данной темы - познакомить учащихся с правилами порядка выполнения действий в выражениях и сформировать у них умение пользоваться ими.

В начальных классах эти правила обычно формулируются в таком виде.

Правило 1. В выражениях без скобок, содержащих только сложение и вычитание или умножение и деление, действия выполняются в том порядке, как они записаны: слева направо.

Правило 2. В выражениях без скобок сначала выполняются по порядку слева направо умножение или деление, а потом сложение или вычитание.

Правило 3. В выражениях со скобками сначала вычисляют значение выражений в скобках. Затем по порядку слева направо выполняются умножения или деление, а потом сложение или вычитание.

Анализ приведенных правил позволяет выделить те основные признаки выражений, на которые учащиеся будут ориентироваться при вычислении их значений. А именно: выражения без скобок и со скобками; содержащие только сложение и вычитание или умножение и деление; выражения, обладающие признаками: наличие скобок и все четыре арифметических действия.

Следует иметь в виду, что уже до знакомства с правилами порядка выполнения действий учащиеся вычисляли значения выражений, содержащих сложение и вычитание или умножение и деление, т.е. действовали в соответствии с правилом 1.

Кроме того, уже в первом классе они познакомились с тем, что действие, записанное в скобках, выполняется первым. Необходимость введения этого правила обуславливалась изучением свойств арифметических действий: сочетательного свойства сложения или способов прибавления числа к сумме и суммы к числу. Во втором классе это правило использовалось при изучении сочетательного и распределительного свойств умножения и при делении суммы на число.

Поэтому дети воспринимали это правило скорее как один из способов вычисления определенных выражений, нежели как общий способ действий.

Для подготовки учащихся к восприятию правил как общего способа действий при вычислении значений выражений нужно прежде всего научить их анализировать различные числовые выражения с точки зрения тех признаков, на которые сориентировано каждое правило.

Для этого целесообразно выполнить такие задания:

- Сравни выражения в каждой паре. Чем они похожи? Чем отличаются? Чем похожи все вторые выражения в каждой паре? Чем похожи первые выражения в каждой паре?

$$\begin{array}{lll} 72:9-3+6 & 48-6+7+8 & 27-3+2-7 \\ 72:9-3:6 & 48:6-7:8 & 27:3-2:6 \end{array}$$

Чем отличаются друг от друга выражения в каждом столбике:

$$\begin{array}{ll} 56-(8+9)-7 & 72:9-3:6:2 \\ 56-8-9-7+24 & 72:9-3:(6:2)-7 \\ 56-8-9-(7+24) & 72:9-3:6:2-7 \end{array}$$

Чем похожи и чем отличаются выражения в каждой паре:

$$\begin{array}{lll} 35:7 & 18+24:8-2 & 63:7+8-4 \\ 35:7-8 & 18+24:(8-2) & 63+7-8+4 \end{array}$$

Выполнение приведенных заданий позволит учащимся лучше понять смысл каждого правила и их различия.

Дальнейшая работа направлена на формирование умения соотносить данное выражение с определенным правилом, которым следует руководствоваться при вычислении его значения. В этом случае можно по отношению к приведенным выше выражениям выполнить следующее задание.

• Выпишите выражения, при нахождении значения которых ты будешь пользоваться:
а) правилом 1; б) правилом 2; в) правилом 3.

С этой же целью можно предложить и такие задания:

• Догадайся! По какому признаку записаны выражения в каждом столбике:

$$\begin{array}{lll} 29-8+24 & 72:9-3 & 84-9-8 \\ 32+9-7+14 & 48:6-7:8 & 54+6:3-72 \\ 64-7+16-8 & 27:3-2:6-9 & 8+7-8+63:9 \end{array}$$

Расставьте порядок выполнения действий и вычисли значения выражений.

• По какому признаку можно разбить выражения на три группы:

$$\begin{array}{lll} 81-29+27 & 400+200+300-100 & \\ 400+200+30-100 & 72:0-3 & 48:6-7:8 \\ 27:3-2:6-9 & 84-9-8 & 54+6-3-72:8 \end{array}$$

По какому признаку можно разбить выражения на две группы? Вычисли значение каждого выражения.

• Можно ли утверждать, что значения выражений в каждом столбике одинаковы:

$$\begin{array}{ll} 56:7 & 54:9 \\ 7-8:(32:4) & 9-6(36:4) \\ (65-9):(24:3) & (72-18):(27:3) \end{array}$$

Как составлены в каждом столбике второе и третье выражения? Составь столбики по такому же правилу, используя выражения: 72:8, 36:9, 27:9, 63:7.

Какие числа нужно вставить в «окошки», чтобы получить верные равенства:

$$\begin{array}{ll} 24+4-3=0+24 & 36:6-\square=\square-5 \\ 72-5-3=8-9-\square & (4+2)-7=6 \\ 72+(40-4):9=\square+4 & \square:(9-3)=4:7 \end{array}$$

- Расставь порядок выполнения действий на каждой схеме:

а) $\square + \square : \square + \square \cdot \square - \square$

б) $\square \cdot \square + (\square + \square) - \square$

в) $\square : \square + \square - \square - (\square + \square)$

Выбери числовые выражения, которые соответствуют каждой схеме, и вычисли их значения.

$63:7+(20-5)-(9+6)$

$18+36:9+6-8-50$

$5-(4+3)+19-10$

$(18+36):9+6-8-50$

$63:7+20-5-(9+6)$

$5-4+(3+19)-10$ [Ист.]

Методика изучения выражений с одной и двумя переменными

С выражениями, содержащими переменную, с буквенной символикой учащиеся по программе «Школа России» знакомятся во 2 классе.

Подготовка к введению буквенной символики начинается уже в первом классе, при решении примеров с «окошками». Позднее происходит знакомство с буквами латинского алфавита (а, b, с, х и другими). Учащиеся читают и записывают буквы вместо «окошек» в данные выражения, подставляя вместо букв конкретные числа и вычисляя значения полученных выражений, по сути осуществляют переход от буквенных выражений, содержащих переменную, к уже знакомым числовым выражениям. При работе с выражениями, содержащими переменную, учащимся предлагаются задания на подбор числовых значений букв, входящих в выражение, и нахождение числового значения типа: «Дано выражение $37 - k$. Придайте букве k два значения и найдите значение разности».

В процессе разбора задания учитель акцентирует внимание учащихся на том, какие числовые значения можно придать букве в данном выражении. Целесообразно выяснить, какие значения может принимать буква k ($k = 0$, $k > 0$ или $k < 0$). Можно ли подставить вместо k числа 38, 40, 100? Следует также обратить внимание учащихся на то, какое наибольшее и наименьшее значение может принимать буква k . При каком условии значение выражения $37 - k$ будет равно нулю, единице?

Таким образом, учащиеся под руководством учителя приходят к частному выводу, что k может принимать значения в пределах от 0 до 37. Позднее формулируется условие существования разности: уменьшаемое больше, либо равно вычитаемому.

В теме «Внетабличное умножение и деление» происходит знакомство с выражениями, содержащими две переменные вида: $c + d$, $c - d$, $c \times d$, $c : d$.

Работая, например, с таблицей, полезно предлагать учащимся задания по подбору значений букв, входящих в выражение, например, «Заполните таблицу».

m					
n					
m - n					

Самостоятельное заполнение таблицы поможет учащимся осознать, что разность может существовать при условии, если $m = n$ или $m > n$.

Характерной особенностью заданий, предлагаемых в этот период, является то, что, заполняя аналогичные таблицы, учащиеся используют:

- знания названий компонентов арифметических действий;
- знание условий существования того или иного арифметического действия;
- знания зависимости между компонентами и результатами арифметических действий;

- знания об изменении результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов.

Рассмотрим деятельность учителя по организации работы учащихся в процессе изучения темы «Выражение с двумя переменными».

На этапе подготовки к изучению темы следует:

1. Вспомнить выражения с одной переменной, рассмотрев для этой цели решение заданий типа: «Найдите значение выражения»:

а) $x - 16$, если $x = 40$;

б) $239 - 13 \times a$, если $a = 20$.

2. Рассмотреть выражения типа: $x + x \times 5$; $a - 2 \times a$ и подобные, и обратить внимание младших школьников на то, что если в выражениях одна и та же переменная встречается два и более раза, то при нахождении значений выражения вместо переменной нужно подставлять одно и то же число.

3. Повторить способы нахождения периметра прямоугольника, записав все возможные случаи в виде: $(a + b) \times 2$; $a \times 2 + b \times 2$; $a + a + b + b$. Найти значение периметра, если $a = 5$, $b = 3$.

Запись формулы нахождения периметра прямоугольника подводит учащихся к понятию «выражение с двумя переменными».

На последующих этапах работы над темой «Выражения с одной и двумя переменными» обращается внимание на условия существования конкретного выражения: всегда ли оно существует, при каких условиях существовать не будет, при каких значениях выражение равно наперед заданному числу, какие числовые значения могут принимать переменная (переменные).

С числовыми равенствами и числовыми неравенствами младшие школьники встречаются уже в первом классе, в теме «Числа 1-10», когда рассматривается сравнение чисел. Затем происходит сравнение числа и выражения, а также двух выражений.

Знаком « $<$ », « $>$ », « $=$ » в начальных классах соединяются не любые два числа или два выражения, а лишь те, между которыми существуют указанные отношения. Таким образом у младших школьников формируются понятия только о верных равенствах и верных неравенствах.

Следует отметить, что умение сравнивать числа на первых порах (при изучении чисел до 5) формируется на основе умения сравнивать множества предметов, затем – на умении устанавливать порядок следования чисел при счете и, наконец, уже при изучении чисел от 1 до 100 и дальше рассматривается поразрядное сравнение.

В учебниках математики имеется большое количество заданий на сравнение. Учителю необходимо тщательно продумывать методику работы при выполнении этих заданий.

При сравнении чисел необходимо учить детей грамотно обосновывать выбор соответствующего знака.

Например: Сравни числа:

1) 6 и 8 ($6 < 8$, так как при счете называется раньше, чем 8);

2) 19 и 10 ($19 > 10$, так как в нем 1 десяток и 9 единиц, а в числе 10 – 1 десяток и 0 единиц);

3) 999 и 1111 ($999 < 1111$, так как в нем 3 разряда в числе 1111 – 4 разряда);

4) 94875 и 94895 ($94875 < 94895$, так как в разряде десятков в нем 7 единиц, а в числе 94895 – 9 единиц).

При выполнении заданий на сравнение числа и выражения или двух выражений у детей необходимо формировать умение соблюдать последовательность в рассуждениях и записи.

Например:

Поставь знаки $>$, $<$, $=$:

$37 + 8 * 43$

1) Выполним сложение чисел 37 и 8, получим 45.

2) $45 > 43$, значит ставим знак $>$, получаем $37 + 8 > 43$.

Однако следует учитывать, что эти задания часто несут дополнительную дидактическую нагрузку. Поэтому следует выделять такие задания и учить детей вести рассуждения, опираясь на соответствующие задания.

Например: Поставить знаки $>$, $<$, $=$:

1) $75 - 5 * 75$

2) $80 + 4 * 80$

3) $8 + 7 * 2 \times 7$

4) $2 \times 5 + 2 * 2 \times 7$.

При выполнении любого из заданий такого вида детям следует предложить подумать, как не вычисляя определить верный знак.

Например: $75 * 75 - 5$.

Предполагаемые рассуждения могут быть такими.

Слева стоит число 75, а справа из числа 75 вычли число 5, значит число 75 больше выражения $75 - 5$. Ставим знак $>$. Получаем: $75 > 75 - 5$. Проверим.

$75 - 5 = 70$ (рассуждения ведутся устно)

$75 > 70$, получили верное неравенство.

2.Методика обучения решению уравнений, задач с помощью составления уравнений.

Роль обучения в решении уравнений в начальной школе достаточно велика и ее сложно переоценить.

Во-первых, знания, умения и навыки, приобретенные школьниками при решении уравнений в начальной школе, помогут им в изучении математических дисциплин и будут способствовать скорейшему усвоению нового материала.

Во-вторых, обучение решению уравнений способствует развитию мышления у школьников, которое так необходимо не только при изучении стереометрии и геометрии в целом, но и в быденной жизни, когда получить ответ на поставленный вопрос можно только владея навыками решения уравнений.

В-третьих, можно так же отметить, что обучение навыкам решения уравнений в начальной школе является своевременным и необходимым, так как именно в этом возрасте учащиеся лучше усваивают полученную от преподавателя информацию и с раннего возраста начинают понимать основные принципы и методики решения более сложных задач, заранее подготавливаясь к изучению высших математических дисциплин.

Основные подходы к обучению решению уравнений:

Раннее ознакомление детей с уравнением и способами его решения (М.И.Моро, М.А.Бантова, И.Э.Аргинская, Л.Г.Петерсон и др.) – с 1-2 класса.

Методика изучения уравнений:

1) Подготовительный

Изучать уравнения дети начинают уже с первого класса, используя в помощь различные фигуры или предметы:

Следующие действия, к которым переходят учащиеся, связаны с нахождением числа в «окошке»:

Подготовительные упражнения:

1. Какие записи верны?

$3 + 5 = 8$ $7 + 2 = 10$ $10 - 4 = 5$

Как изменить результат, чтобы записи стали верными??

2. Почитай выражение: $15 - v$. Найди значение выражения, если $v = 3, 4, 10, 11, 16$.

3. Среди чисел, записанных справа, подчеркните то число, при подстановке которого в окошко, получится верное равенство.

$3 + \square = 9$ 4, 5, 6, 7

$\square - 2 = 4$ 1, 2, 3, 4, 5, 6

2) Введение понятия «уравнение»

Учащимся сообщается, что в математике вместо \square используются латинские буквы (x, y, a, в, с) и такие записи называются уравнением: $3+x=6$, $10-x=5$. Важно на этом этапе закрепить у учащихся умение узнавать уравнение среди математических выражений: «Найди уравнение среди предложенных записей: $x+5=6$, $x-2$, $9=x+2$, $3+2=5$ ».

3) Формирование умения решать уравнения

Способы решения уравнений:

В курсе математики УМК «Школа России»:

- подбор (его применение на первых этапах является необходимым для того, чтобы учащиеся усвоили суть решения уравнения);
- на основе знания зависимости между компонентами и результатом арифметического действия.

По программе И.И.Аргинской (система обучения Л.В.Занкова):

- подбор;
- с использованием числового ряда, например: $x+3=8$
- по таблице сложения;
- с опорой на десятичный состав, например: $20+x=25$. Число 20 содержит 2 десятка, 25 – это 2 десятка и 5 единиц, значит $x=5$ единицам;
- на основе зависимости между компонентами и результатом действий;
- с опорой на основные свойства равенств: $15 \bullet (x+2) = 6 \bullet (2x+7)$

При проверке уравнения следует показать учащимся, что результат, полученный в левой части уравнения, нужно сравнить со значением в правой части. Необходимо добиться осознанного выполнения проверки.

4) Формирование умения решать задачи с помощью уравнений.

Процесс решения текстовой задачи с помощью уравнений состоит из следующих этапов:

1. Восприятие текста задачи и первичный анализ ее содержания.
2. Поиск решения:
выделение неизвестных чисел;
выбор неизвестного, которое целесообразно обозначить буквой;
переформулировка текста задачи с принятыми обозначениями;
запись полученного текста.
3. Составление уравнения, его решение, проверка, перевод найденного значения переменной на язык текста задачи.
4. Проверка решения задачи любым известным способом.
5. Формулирование ответа на вопрос задачи.

Виды упражнений, направленные на обучение младших школьников решению уравнений в учебниках математики УМК «Школа России»:

№

Вид упражнения

Пример задания

1

Задания с «окошками» и пропусками чисел

1) $1+2=3$ $4+2=6$

$3=\square+2$ $6=\square+2$

$3-2=\square$ $6-2=\square$

2) Какие числа пропущены?

3) Заполни пропуски так, чтобы равенства стали верными.

$12+\square=20$ $8+7-\square=14$ $11-\square=5$ $\square-6=7$

2

Нахождение уравнений среди других математических записей

1) Найди среди следующих записей уравнения, выпиши их и реши.

$$30+x > 40 \quad 45-5=40 \quad 60+x=90 \quad 80-x \quad 38-8 < 50 \quad x-8=10$$

2) Найди лишнюю запись:

$$x+3=15 \quad 9+v=12 \quad c-3 \quad 15-d=7$$

3

Решение уравнения подбором

1) Из чисел 7, 5, 1, 3 подбери для каждого уравнения такое значение x , при котором получится верное равенство.

$$9+x=14 \quad 7-x=2 \quad x-1=0 \quad x+5=6$$

$$x+7=10 \quad 5-x=4 \quad 10-x=5 \quad x+3=4$$

2) Прочитай уравнение и подбери такое значение неизвестного, при котором получится верное равенство.

$$k+3 = 13 \quad 18=y+10 \quad 14=x+7$$

3) Подбирая значения x , реши уравнения:

$$x \cdot 6=12 \quad 4 \cdot x=12 \quad 12:x=3$$

4

Нахождение неизвестного компонента арифметического действия

1)

Слагаемое

10

8

Слагаемое

4

20

Сумма

12

70

15

26

2) реши уравнения с объяснением:

$$43+x=90 \quad x-28=70 \quad 37-x=50$$

Закончи выводы:

Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо...

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо...

Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо...

5

Решение уравнений без указания на способ нахождения неизвестного

1) реши уравнения:

$$73-x=70 \quad 35+x=40 \quad k-6=24$$

2) реши уравнения и сделай проверку:

$$28+x=39 \quad 94-x=60 \quad x-25=75$$

3) Чему равен x в следующих уравнениях?

$$x+x+x=30 \quad x-18=16-16 \quad 43 \cdot x=43:x \quad x+20=12+8$$

4) реши уравнения с объяснением:

$$18 \cdot x=54 \quad x:16=3 \quad 57:x=3$$

5) запиши уравнения и реши их:

А) неизвестное число разделили на 8 и получили 120.

Б) на какое число нужно разделить 81, чтобы получить 3?

6

Решение уравнений без указания на способ нахождения неизвестного, но с дополнительным условием

1) Выпиши те уравнения, решением которых является число 10.

$$x+8=18 \quad 47-y=40 \quad y-8=2 \quad y-3=7 \quad 50-x=40 \quad x+3=13$$

2) Подбери пропущенные числа и реши уравнения:

$$x+\square=36 \quad x-15=\square \quad \square-x=20$$

3) Выпиши уравнения, которые решаются вычитанием, и реши их:

$$x-24=46 \quad x+35=60 \quad 39+x=59 \quad 72-x=40 \quad x-35=60$$

7

Объяснение уже решенных уравнений, поиск ошибок

1) Объясни решение уравнений и проверку:

$$76:x=38 \quad x \cdot 7=84$$

$$x=76:38 \quad x=84:7$$

$$x=2 \quad x=12$$

$$76:2=38 \quad 12 \cdot 7=84$$

$$38=38 \quad 84=84$$

2) Найди уравнения, решенные неправильно и реши их:

$$768-x=700 \quad x+10=190 \quad x-380=100$$

$$x=768-700 \quad x=190+10 \quad x=380-100$$

$$x=68 \quad x=200 \quad x=280$$

8

Сравнение уравнений без вычисления и с вычислением значения неизвестного, сравнение решений уравнений

1) Сравни уравнения каждой пары и скажи, не вычисляя, в котором из них значение x будет больше:

$$x+34=68 \quad 96-x=15$$

$$x+38=68 \quad 96-x=18$$

2) Сравни уравнения каждой пары и их решения:

$$x \cdot 3=120 \quad x+90=160 \quad 75 \cdot x=75$$

$$x:3=120 \quad x-90=160 \quad 75+x=75$$

9

Решение задач алгебраическим способом

1) реши задачи, составив уравнение:

А) Произведение задуманного числа и числа 8 равно разности чисел 11288 и 2920.

Б) Частное чисел 2082 и 6 равно сумме задуманного числа и числа 48.

2) реши задачу: «В книге 48 страниц. Даша читала книгу в течение трех дней, по 9 страниц ежедневно. Сколько страниц ей осталось прочитать?»

Тема 4.14. Организация продуктивной деятельности учащихся в процессе изучения геометрического материала.

Формирование понятий «линия», «прямая линия», «отрезок» в соответствии с существующими программами обучения. Формирование понятий «угол», «многоугольник».

Ознакомление учащихся с кругом, окружностью и их элементами. Формирование ключевых компетенций младших школьников при решении задач с геометрическим материалом.

Одной из целей начального обучения математике является освоение окружающего пространства, развитие пространственных представлений. Этому служит изучение геометрического

материала: знакомство с телами, поверхностями, линиями, выделение фигур определённой формы, некоторых характеристик этих фигур.

Геометрический материал не выделяется в качестве самостоятельного раздела.

Основными задачами его изучения в 1-4 классах являются:

- 1) формирование пространственных представлений и развитие воображения, умений наблюдать, сравнивать, абстрагировать и обобщать;
- 2) выработка у учащихся практических навыков измерения и построения геометрических фигур с помощью измерительных и чертежных инструментов;
- 3) формирование умений использовать наглядность в приобретении знаний.

При изучении геометрического материала следует широко использовать разнообразные наглядные пособия. Это демонстрационные, общеклассные модели геометрических фигур, изготовленные из цветного картона или плотной бумаги, плакаты с изображением фигур, чертежи на доске и др. Кроме того, требуются индивидуальные наглядные пособия – такой раздаточный материал, как полоски бумаги, палочки различной длины, вырезанные из бумаги фигуры и части фигур. При изучении отдельных тем полезно изготовить с детьми самодельные наглядные пособия: модель прямого угла, модели единиц измерения площади и др.

Основой формирования у детей представлений о геометрических фигурах является способность их к восприятию формы. Эта способность позволяет ребенку узнавать, различать и изображать различные геометрические фигуры: точку, прямую, кривую, ломанную, отрезок, угол, многоугольник, квадрат, прямоугольник и т.д.

Знакомство с любой геометрической фигурой можно осуществлять по такой схеме:

1. получение фигуры;
2. название фигуры ;
3. распознавание фигуры в окружающей обстановке;
4. построение фигуры;
5. изучение свойств.

Программой предусмотрено следующее распределение геометрических понятий по классам:

1 класс	2 класс	3 класс
Точка. Линия. Прямая и кривая линии. Отрезок.	Углы. Прямой угол. Прямоугольник. Квадрат. Периметр прямоугольника и квадрата. Ломаная. Звенья ломаной. Длина ломаной.	Луч. Треугольник. Равносторонний треугольник. Прямоугольный треугольник. Тупоугольный треугольник. Остроугольный треугольник.

В программе начальной школы изучение геометрического материала начинается в 1 классе с изучения точки. Через точку можно провести различные линии. Опираясь на свой жизненный опыт, ребенок самостоятельно справляется с задачей проведения линий через точку и даже сам может их называть соответствующими терминами: «кривая», «прямая» линии.

Формирование представления у первоклассников о прямой линии происходит в процессе выполнения ими разнообразных упражнений. При этом прямую линию сопоставляют с кривой. Например, натягивают нить (шнур), затем ослабляют нить так, чтоб она провисла; рассматривают рисунки, на которых изображена, положим, прямая дорога и извилистая тропинка; разрезают лист бумаги по линии, полученной перегибанием листа и т.д. каждый раз выясняют, какая получилась линия – прямая или кривая.

В процессе выполнения упражнений дети знакомятся с некоторыми свойствами прямой. Например, упражняясь в проведении линий через точки, дети обобщают свои наблюдения: через

одну точку можно провести сколько угодно прямых или кривых линий; через две точки можно провести только одну прямую.

С отрезком дети также знакомятся практически: отмечают на прямой две точки, и учитель поясняет, что эту часть прямой от одной точки до другой называют отрезком прямой, а точки – концами отрезка.

Во втором классе учащиеся знакомятся с моделью прямого угла в процессе практической работы. Каждому из них даются листы бумаги разных размеров с неровными краями. В середине листа ставится точка. Дети должны сложить лист так, чтобы линия сгиба прошла через эту точку. Затем они еще раз складывают лист так, чтобы части линии сгиба совместились. Организуя деятельность учащихся, учитель сам может демонстрировать им способ действия. Также здесь учащиеся показывают прямой угол у угольника. С его помощью будут искать прямые углы.

Понятие угла закрепляется в дальнейшем в процессе изучения многоугольников, например при рассмотрении прямоугольника. Среди нескольких четырехугольников первоклассники с помощью модели прямого угла находят четырехугольники, у которых все углы прямые. Учитель сообщает, что в последнем случае четырехугольники называются прямоугольниками. Учащиеся находят в окружающей их обстановке предметы прямоугольной формы, показывают прямоугольники среди других геометрических фигур, вырезают их из бумаги, чертят по точкам в тетради.

На следующем этапе работы учащиеся знакомятся с одним из свойств прямоугольника: противоположные стороны прямоугольника равны между собой. Уточнив сначала, понимают ли дети, какие стороны прямоугольника можно назвать противоположными, учитель предлагает учащимся на бумажных моделях прямоугольника непосредственным наложением сравнить противоположные стороны. Знание этого свойства закрепляется в дальнейшем, когда учащиеся чертят прямоугольники по двум заданным его сторонам (длине и ширине).

Далее учащиеся из множества прямоугольников вычлениают прямоугольники с равными сторонами – квадраты. Работа на уроке так и организуется, чтобы учащиеся увидели, что квадрат – это частный случай прямоугольника. Детям предлагается, например, измерить стороны у нескольких прямоугольников, начерченных на доске или на карточках. Среди них обнаруживаются такие прямоугольники, у каждого из которых стороны равны между собой. Чтобы подчеркнуть, что квадраты – это прямоугольники с равными сторонами, включают такие упражнения: «Покажите прямоугольники, которые нельзя назвать квадратами; найдите среди данных четырехугольников четыре прямоугольника; найдите два квадрата и т.п.». В подобных упражнениях дети должны обосновывать свои суждения, проверяя с помощью чертежного треугольника, являются ли все углы четырехугольника прямыми, а также устанавливая с помощью линейки, каково в нем соотношение сторон.

Далее вводится понятие «периметр многоугольника (треугольника; прямоугольника)» и правило нахождения периметра многоугольника. Учитель поясняет, что сумма длин всех сторон многоугольника называется его периметром.

При нахождении периметра прямоугольника необходимо узнать его длину и ширину. Можно на этом же уроке дать обозначение периметра буквой (P).

Опираясь на понятие отрезка, учащихся II класса знакомят с понятием «ломаная», «звено ломаной». Для этого по образцу, данному учителем, предлагается учащимся построить линию из палочек или бумажных полосок. Учитель дает название новой линии. Можно изготовить также модель ломаной линии, «сломав» на глазах у детей на части тонкую лучинку или кусок проволоки.

Далее идет знакомство с понятием «длина ломаной» и нахождением длины ломаной, путём измерения линейкой звеньев ломаной и сложением полученных чисел.

В третьем классе вводится понятие «луч». Луч – это часть прямой, которая имеет начало, но не имеет конца. Начало луча принято обозначать точкой O .

Также учащиеся рассматривают различные виды треугольников: равносторонние, прямоугольные, тупоугольные и остроугольные. В процессе упражнений дети учатся правильно показывать элементы треугольника: вершины, стороны (показывают отрезки, проводя указкой от одного

конца отрезка до другого), углы (показывают угол вместе с его внутренней областью веерообразным движением указки от одной стороны угла до другого).

В четвёртом классе учатся чертить окружности с помощью циркуля, знакомятся с элементами окружности и круга – центром, радиусом. Ведётся работа с геометрическими телами – это куб, пирамида, конус, цилиндр, шар. На практической основе сравнивают с окружающими предметами.

По окончанию этой темы начальных классов учащиеся должны:

- **иметь представления** о названиях геометрических фигур: точка, линия (прямая, кривая), отрезок, ломаная, многоугольник и его элементы (вершины, стороны, углы), в том числе треугольник, прямоугольник(квадрат), угол, круг;

- **знать:**

- виды углов: прямой, острый, тупой;

- определение прямоугольника (квадрата);

- свойство противоположных сторон прямоугольника;

- **уметь:**

- строить заданный отрезок;

- строить на клетчатой бумаге прямоугольник (квадрат) по заданным длинам сторон.

Тема 4.15. Развитие младших школьников в процессе обучения.

Что такое развивающее обучение? Формирование приёмов умственных действий анализа, синтеза. Формирование приёмов классификации, аналогии, сравнения. Приём обобщения. Взаимосвязь логического и алгоритмического мышления.

1. Что такое развивающее обучение?

Термин «развивающее обучение» активно используется в психологической, педагогической и методической литературе. Тем не менее, содержание этого понятия остается до сих пор весьма проблематичным, а ответы на вопрос: «Какое обучение можно назвать развивающим?» довольно противоречивы. Это, с одной стороны, обусловлено многоаспектностью понятия «развивающее обучение», а с другой стороны, некоторой противоречивостью самого термина, т.к. вряд ли можно говорить о «неразвивающем обучении». Бесспорно, любое обучение развивает ребенка.

Однако нельзя не согласиться с тем, что в одном случае обучение как бы надстраивается над развитием, как говорил Л.С. Выготский, «плетется в хвосте» у развития, оказывая на него стихийное влияние, в другом - целенаправленно обеспечивает его (ведет за собой развитие) и активно использует для усвоения знаний, умений, навыков. В первом случае мы имеем приоритет информационной функции обучения, во втором - приоритет развивающей функции, что кардинально меняет построение процесса обучения.

Как пишет Д.Б. Эльконин - ответ на вопрос, в каком соотношении находятся эти два процесса, «осложнен тем, что сами категории обучения и развития разные.

Эффективность обучения, как правило, измеряется количеством и качеством приобретенных знаний, а эффективность развития измеряется уровнем, которого достигают способности учащихся, т. е. тем, насколько развиты у учащихся основные формы их психической деятельности, позволяющей быстро, глубоко и правильно ориентироваться в явлениях окружающей действительности.

Давно замечено, что можно много знать, но при этом не проявлять никаких творческих способностей, т. е. не уметь самостоятельно разобраться в новом явлении, даже из относительно хорошо известной сферы науки» Эльконин Д Б Избранные психологические труды - М , Педагогика, 1989,с 251.

Не случайно термин «развивающее обучение» методисты используют с большой

осторожностью. Сложные динамические связи между процессами обучения и психического развития ребенка не являются предметом исследования методической науки, в которой реальные, практические результаты обучения принято описывать на языке знаний, умений и навыков.

Так как изучением психического развития ребенка занимается психология, то при построении развивающего обучения методика несомненно должна опираться на результаты исследований этой науки. Как пишет В.В.Давыдов, «психическое развитие человека - это, прежде всего, становление его деятельности, сознания и, конечно, всех «обслуживающих» их психических процессов (познавательных процессов, эмоций и т. д.)» Давыдов В В Проблемы развивающего обучения - М , Педагогика, 1986,с 9. Отсюда следует, что развитие учащихся во многом зависит от той деятельности, которую они выполняют в процессе обучения.

Из курса дидактики вам известно, что эта деятельность может быть репродуктивной и продуктивной. Они тесно связаны между собой, но в зависимости от того, какой вид деятельности преобладает, обучение оказывает различное влияние на развитие детей.

Репродуктивная деятельность характеризуется тем, что ученик получает готовую информацию, воспринимает ее, понимает, запоминает, затем воспроизводит. Основная цель такой деятельности - формирование у школьника знаний, умений и навыков, развитие внимания и памяти.

Продуктивная деятельность связана с активной работой мышления и находит свое выражение в таких мыслительных операциях, как анализ и синтез, сравнение, классификация, аналогия, обобщение. Эти мыслительные операции в психолого-педагогической литературе принято называть логическими приемами мышления или приемами умственных действий.

Включение этих операций в процесс усвоения математического содержания - одно из важных условий построения развивающего обучения, так как продуктивная (творческая) деятельность оказывает положительное влияние на развитие всех психических функций. «... организация развивающего обучения предполагает создание условий для овладения школьниками приемами умственной деятельности. Овладение ими не только обеспечивает новый уровень усвоения, но дает существенные сдвиги в умственном развитии ребенка. Овладев этими приемами, ученики становятся более самостоятельными в решении учебных задач, могут рационально строить свою деятельность по усвоению знаний» Якиманская И.С. Развивающее обучение. - М., Педагогика, 1979, с. 70..

Рассмотрим возможности активного включения в процесс обучения математике различных приемов умственных действий.

2. Анализ и синтез

Важнейшими мыслительными операциями являются анализ и синтез.

Анализ связан с выделением элементов данного объекта, его признаков или свойств. Синтез - это соединение различных элементов, сторон объекта в единое целое.

В мыслительной деятельности человека анализ и синтез дополняют друг друга, так как анализ осуществляется через синтез, синтез - через анализ.

Способность к аналитико-синтетической деятельности находит свое выражение не только в умении выделять элементы того или иного объекта, его различные признаки или соединять элементы в единое целое, но и в умении включать их в новые связи, увидеть их новые функции.

Формированию этих умений может способствовать: а) рассмотрение данного объекта с точки зрения различных понятий; б) постановка различных заданий к данному математическому объекту.

Для рассмотрения данного объекта с точки зрения различных понятий младшим школьникам при обучении математике обычно предлагаются такие задания:

Прочитай по-разному выражения $16 - 5$ (16 уменьшили на 5; разность чисел 16 и 5; из 16 вычесть 5).

Прочитай по-разному равенство $15-5=10$ (15 уменьшить на 5, получим 10; 15 больше 10 на 5; разность чисел 15 и 5 равна 10;

15 - уменьшаемое, 5 - вычитаемое, 10 - разность; если к разности (10) прибавить вычитаемое (5), то получим уменьшаемое (15); число 5 меньше 15 на 10).

Как по-разному можно назвать квадрат? (Прямоугольник, четырехугольник, многоугольник.)

Расскажи все, что ты знаешь о числе 325. (Это трехзначное число; оно записано цифрами 3, 2, 5; в нем 325 единиц, 32 десятка, 3 сотни; его можно записать в виде суммы разрядных слагаемых так: $300+20+5$; оно на 1 единицу больше числа 324 и на 1 единицу меньше числа 326; его можно представить в виде суммы двух слагаемых, трех, четырех и т.д.)

Конечно, не следует стремиться к тому, чтобы каждый ученик произносил этот монолог, но, ориентируясь на него, можно предлагать детям вопросы и задания, при выполнении которых они будут рассматривать данный объект с различных точек зрения.

Чаще всего это задания на **классификацию** или на выявление различных закономерностей (правил).

Например:

1. По каким признакам можно разложить пуговицы в две коробки?

Рассматривая пуговицы с точки зрения их размеров, мы положим в одну коробку 4 пуговицы, а в другую 3,

- с точки зрения цвета: 1 и 6,

- с точки зрения формы: 4 и 3.

Возможны такие задания с геометрическим материалом.

* Найди отрезок BC. Что ты можешь рассказать о нем? (BC - сторона треугольника BCE; BC - сторона треугольника DBC; BC меньше, чем DC; BC меньше, чем AB; BC - сторона угла BCD и угла BCE).

* Сколько отрезков на данном чертеже? Сколько треугольников? Сколько многоугольников?

Рассмотрение математических объектов с точки зрения различных понятий является способом составления вариативных заданий. Возьмем, например, такое задание: «Запишем все четные числа от 2 до 20 и все нечетные числа от 1 до 19». Результат его выполнения - запись двух рядов чисел: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

Используем теперь эти математические объекты для составления заданий:

* Разбей числа каждого ряда на две группы так, чтобы в каждой были числа, похожие между собой.

* По какому правилу записан первый ряд? Продолжи его.

* Какие числа нужно вычеркнуть в первом ряду, чтобы каждое следующее было на 4 больше предыдущего?

* Можно ли выполнить это задание для второго ряда?

* Подбери из первого ряда пары чисел, разность которых равна 10 (2 и 12, 4 и 14, 6 и 16, 8 и 18, 10 и 20).

* Подбери из второго ряда пары чисел, разность которых равна 10 (1 и 11, 3 и 13, 5 и 15, 7 и 17, 9 и 19).

* Какая пара «лишняя»? (10 и 20, в ней два двузначных числа, во всех других парах двузначное число и однозначное).

* Найди в первом ряду сумму первого и последнего числа, сумму вторых чисел от начала и от конца ряда, сумму третьих чисел от начала и от конца ряда. Чем похожи эти суммы?

* Выполни это же задание для второго ряда. Чем похожи полученные суммы?

* Задание 80. Придумайте задания, в процессе выполнения которых учащиеся будут рассматривать данные в них объекты с различных точек зрения.

3. Прием сравнения

Особую роль в организации продуктивной деятельности младших школьников в процессе обучения математике играет прием сравнения. Формирование умения пользоваться этим приемом следует осуществлять поэтапно, в тесной связи с изучением конкретного содержания. Целесообразно, например, ориентироваться на такие этапы:

- * выделение признаков или свойств одного объекта;
- * установление сходства и различия между признаками двух объектов;
- * выявление сходства между признаками трех, четырех и более объектов.

Так как работу по формированию у детей логического приема сравнения лучше начать с первых уроков математики, то в качестве объектов можно сначала использовать предметы или рисунки с изображением предметов, хорошо им знакомых, в которых они могут выделить те или иные признаки, опираясь на имеющиеся у них представления.

Для организации деятельности учащихся, направленной на выделение признаков того или иного объекта, можно сначала предложить такой вопрос:

- Что вы можете рассказать о предмете? (Яблоко круглое, большое, красное; тыква - желтая, большая, с полосками, с хвостиком; круг - большой, зеленый; квадрат - маленький, желтый).

В процессе работы учитель знакомит детей с понятиями «размер», «форма» и предлагает им следующие вопросы:

- Что вы можете сказать о размерах (формах) этих предметов? (Большой, маленький, круглый, как треугольник, как квадрат и т. д.)

Для выявления признаков или свойств какого-то предмета учитель обычно обращается к детям с вопросами:

- В чем сходство и различие этих предметов? - Что изменилось?

Возможно познакомить их с термином «признак» и использовать его при выполнении заданий: «Назови признаки предмета», «Назови сходные и различные признаки предметов».

* Задание 81. Подберите различные пары предметов и изображений, которые вы можете предложить первоклассникам, чтобы они установили сходство и различие между ними. Придумайте иллюстрации к заданию «Что изменилось...».

Умение выделять признаки и, ориентируясь на них, сравнивать предметы ученики переносят на математические объекты.

У Назови признаки:

- а) выражения $3+2$ (числа 3, 2 и знак «+»);
- б) выражения $6-1$ (числа 6, 1 и знак «-»);
- в) равенства $x+5=9$ (x -- неизвестное число, числа 5, 9, знаки «+» и «=»).

По этим внешним признакам, доступным для восприятия, дети могут устанавливать сходство и различие между математическими объектами и осмысливать эти признаки с точки зрения различных понятий.

Например:

В чем сходство и различие:

- а) выражений: $6+2$ и $6-2$; $9*4$ и $9*5$; $6+(7+3)$ и $(6+7)+3$;
- б) чисел: 32 и 45; 32 и 42; 32 и 23; 1 и 11; 2 и 12; 111 и 11; 112 и 12 и т. д.;
- в) равенств: $4+5=9$ и $5+4=9$; $3*8=24$ и $8*3=24$; $4*(5+3)=32$ и $4*5+4*3=32$; $3*(7*10)=210$ и $(3*7)*10=210$;

г) текстов задач:

Коля поймал 2 рыбки, Петя - 6. На сколько больше поймал рыбок Петя, чем Коля?

Коля поймал 2 рыбки, Петя -- 6. Во сколько раз больше поймал рыбок Петя, чем Коля? д) геометрических фигур:

е) уравнений: $3+x=5$ и $x+3=5$; $10-x=6$ и $(7+3)-x=6$;

$12-x=4$ и $(10+2)-x=3+1$;

ж) вычислительных приемов:

$$9+6=(9+1)+5 \text{ и } 6+3=(6+2)+1$$

Л Л

$$1+5 \quad 2+1$$

Прием сравнения можно использовать при знакомстве учеников с новыми понятиями. Например: Чем похожи между собой все:

- а) числа: 50, 70, 20, 10, 90 (разрядные десятки);
- б) геометрические фигуры (четырёхугольники);
- в) математические записи: $3+2$, $13+7$, $12+25$ (выражения, которые называются суммой).

* Задание 82. Составьте из данных математических выражений:

$9+4$, $520-1,9*4$, $4+9$, 371 , $520*1$, 33 , $13*1,520:1,333$, 173 , $9+1$, $520+1$, 222 , $13:1$ различные пары, в которых дети могут выявить признаки сходства и различия. При изучении каких вопросов курса математики начальных классов можно предложить каждое ваше задание?

В обучении младших школьников большая роль отводится упражнениям, которые связаны с переводом «предметных действий» на язык математики. В этих упражнениях они обычно соотносят Предметные объекты и символические. Например:

- а) Какому рисунку соответствуют записи $2*3$, $2+3$?
- б) Какой рисунок соответствует записи $3 * 5$? Если такого рисунка нет, то нарисуй его.
- в) Выполни рисунки, соответствующие данным записям: $3*7$, $4 * 2+4*3$, $3+7$.

* Задание 83. Придумайте различные упражнения на соотнесение предметных и символических объектов, которые можно предложить учащимся при изучении смысла сложения, деления, таблицы умножения, деления с остатком.

Показатель сформированное™ приема сравнения - умение детей самостоятельно использовать его для решения различных задач, без указания: «сравни ..., укажи признаки ..., в чем сходство и различие...».

Приведем конкретные примеры таких заданий:

- а) Убери лишний предмет ... (При выполнении его школьники ориентируются на сходство и различие признаков.)
- б) Расположи числа в порядке возрастания: 12, 9, 7, 15, 24, 2. (Для выполнения этого задания ученики должны выявить признаки различия данных чисел.)
- в) Сумма чисел в первом столбике равна 74. Как, не выполняя сложения во втором и третьем столбиках, найти суммы чисел:

$$21 \quad 22 \quad 23$$

$$30 \quad 31 \quad 32$$

$$11 \quad 12 \quad 13$$

$$12 \quad 13 \quad 14 \quad 74$$

г) Продолжи ряды чисел: 2, 4, 6, 8, ...; 1, 5, 9, 13, ... (Основа установления закономерности (правила) записи чисел -- также операция сравнения.)

* Задание 84. Покажите возможность применения приема сравнения при изучении сложения однозначных чисел в пределах 20, сложения и вычитания в пределах 100, правил порядка выполнения действий, а также при знакомстве младших школьников с прямоугольником и квадратом.

4. Прием классификации

Умение выделять признаки предметов и устанавливать между ними сходство и различие - основа приема классификации.

Из курса математики известно, что при разбиении множества на классы необходимо выполнять следующие условия: 1) ни одно из подмножеств не пусто; 2) подмножества попарно не пересекаются;

3) объединение всех подмножеств составляет данное множество. Предлагая детям задания на классификацию, эти условия необходимо учитывать. Так же, как при формировании приема сравнения, дети сначала выполняют задания на классификацию хорошо знакомых предметов и геометрических фигур. Например:

Учащиеся рассматривают предметы: огурец, помидор, капуста, молоток, лук, свекла, редька. Ориентируясь на понятие «овощ», они могут разбить множество предметов на два класса: овощи -- не овощи.

* Задание 85. Придумайте упражнения различного содержания с инструкцией «Убери лишний предмет» или «Назови лишний предмет», которые вы могли бы предложить учащимся 1-го, 2-го, 3-го класса.

Умение выполнять классификацию формируется у школьников в тесной связи с изучением конкретного содержания. Например, для упражнений в счете им часто предлагаются иллюстрации, к которым можно поставить вопросы, начинающиеся со слова «Сколько ...?». Рассмотрим рисунок, к которому можно поставить следующие вопросы:

-- Сколько больших кругов? Маленьких? Синих? Красных? Больших красных? Маленьких синих? Упражняясь в счете, учащиеся овладевают логическим приемом классификации.

Задания, связанные с приемом классификации, обычно формулируются в таком виде: «Разбейте (разложите) все круги на две группы по какому-то признаку».

Большинство детей успешно справляются с этим заданием, ориентируясь на такие признаки, как цвет и размер. По мере изучения различных понятий задания на классификацию могут включать числа, выражения, равенства, уравнения, геометрические фигуры. Например, при изучении нумерации чисел в пределах 100 можно предложить такое задание:

Разбейте данные числа на две группы, чтобы в каждой оказались похожие числа:

а) 33, 84, 75, 22, 13, 11, 44, 53 (в одну группу входят числа, записанные двумя одинаковыми цифрами, в другую - различными);

б) 91, 81, 82, 95, 87, 94, 85 (основание классификации - число десятков, в одной группе чисел оно равно 8, в другой - 9);

в) 45, 36, 25, 52, 54, 61, 16, 63, 43, 27, 72, 34 (основание классификации - сумма «цифр», которыми записаны данные числа, в одной группе она равна 9, в другой - 7).

Если в задании не указано количество групп разбиения, то возможны различные варианты. Например: 37, 61, 57, 34, 81, 64, 27 (данные числа можно разбить на три группы, если ориентироваться на цифры, записанные в разряде единиц, и на две группы, если ориентироваться на цифры, записанные в разряде десятков. Возможна и другая группировка).

Задание 86. Составьте упражнения на классификацию, которые вы могли бы предложить детям для усвоения нумерации пятизначных и шестизначных чисел.

При изучении сложения и вычитания чисел в пределах 10 возможны такие задания на классификацию:

Разбейте данные выражения на группы по какому-то признаку:

а) $3+1$, $4-1$, $5+1$, $6-1$, $7+1$, $8-1$. (В этом случае основание для разбиения на две группы дети легко находят, так как признак представлен явно в записи выражения.)

Но можно подобрать и другие выражения:

б) $3+2$, $6-3$, $4+5$, $9-2$, $4+1$, $7-2$, $10-1$, $6+1$, $3+4$. (Разбивая на группы данное множество выражений, ученики могут ориентироваться не только на знак арифметического действия, но и на результат.)

Приступая к новым заданиям, дети обычно сначала ориентируются на те признаки, которые имели место при выполнении предшествующих заданий. В этом случае полезно указывать количество групп разбиения. Например, к выражениям: $3+2$, $4+1$, $6+1$, $3+4$, $5+2$ можно предложить задание в такой формулировке: «Разбей выражения на три группы по какому-то признаку». Ученики, естественно, сначала ориентируются на знак арифметического действия, но тогда разбиения на три группы не получается. Они начинают ориентироваться на результат, но тоже получают только две Группы. В процессе поиска выясняется, что разбить на три группы можно, ориентируясь на значение второго слагаемого (2, 1, 4).

В качестве основания для разбиения выражений на группы может выступать и вычислительный прием. С этой целью можно использовать задание такого типа: «По какому признаку можно разбить данные выражения на две группы: $57+4$, $23+4$, $36+2$, $75+2$, $68+4$, $52+7$, $76+7$, $44+3$, $88+6$, $82+6$?»

Если учащиеся не могут увидеть нужное основание для классификации, то учитель помогает им следующим образом: «В одну группу я запишу такое выражение: $57+4$, - говорит он, - в другую: $23+4$. В какую группу вы запишете выражение $36+9$?». Если и в этом случае дети затрудняются, то учитель может подсказать им основание: «Каким вычислительным приемом вы пользуетесь для нахождения значения каждого выражения?».

Задания на классификацию можно применять не только для продуктивного закрепления знаний, умений и навыков, но и при знакомстве учащихся с новыми понятиями. Например, для определения понятия «прямоугольник» к множеству геометрических фигур, расположенных на фланелеграфе, можно предложить такую последовательность заданий и вопросов:

Убери «лишнюю» фигуру. (Дети убирают треугольник и фактически разбивают множество фигур на две группы, ориентируясь на количество сторон и углов в каждой фигуре.)

Чем похожи все остальные фигуры? (У них 4 угла и 4 стороны) V Как можно назвать все эти фигуры? (Четырехугольники.)

Покажи четырехугольники с одним прямым углом (6 и 5). (Для проверки своего предположения ученики используют модель прямого угла, соответствующим образом прикладывая его к указанной фигуре.)

Покажи четырехугольники: а) с двумя прямыми углами (3 и 10);

б) с тремя прямыми углами (таких нет); в) с четырьмя прямыми углами (2, 4, 7, 8, 9).

Разбей четырехугольники на группы по количеству прямых углов (1-я группа - 5 и 6, 2-я группа - 3 и 10, 3-я группа - 2, 4, 7, 8, 9).

Четырехугольники соответствующим образом раскладываются на фланелеграфе. В третью группу входят четырехугольники, у которых все углы прямые. Это прямоугольники.

Таким образом, при обучении математике можно использовать задания на классификацию различных видов:

1. Подготовительные задания. К ним относятся: «Убери (назови) "лишний" предмет», «Нарисуй предметы такого же цвета (формы, размера)», «Дай название группе предметов». Сюда же можно отнести задания на развитие внимания и наблюдательности:

«Какой предмет убрали?» и «Что изменилось?».

2. Задания, в которых на основании классификации указывает учитель.

3. Задания, при выполнении которых дети сами выделяют основание классификации.

* Задание 87. Составьте различные виды заданий на классификацию, которые вы могли бы предложить учащимся при изучении геометрического материала, деления с остатком, вычислительных приемов устного умножения и деления в пределах 100, а также при знакомстве с квадратом.

5. Прием аналогии

Понятие «аналогичный» в переводе с греческого языка означает «сходный», «соответственный», понятие аналогия - сходство в каком-либо отношении между предметами, явлениями, понятиями, способами действий.

В процессе обучения математике учитель довольно часто говорит детям: «Сделайте по аналогии» или «Это аналогичное задание». Обычно такие указания даются с целью закрепления тех или иных действий (операций). Например, после рассмотрения свойств умножения суммы на число предлагаются различные выражения:

$(3+5) * 2$, $(5+7) * 3$, $(9+2) * 4$ и т. д., с которыми выполняются действия, аналогичные данному образцу.

Но возможен и другой вариант, когда, используя аналогию, ученики находят новые способы деятельности и проверяют свою догадку. В этом случае они сами должны увидеть сходство между объектами в некоторых отношениях и самостоятельно высказать догадку о сходстве в других отношениях, т. е. сделать заключение по аналогии. Но для того, чтобы учащиеся смогли высказать «догадку», необходимо определенным образом организовать их деятельность. Например, ученики усвоили алгоритм письменного сложения двузначных чисел. Переходя к письменному сложению трехзначных чисел, учитель предлагает им найти значения выражений: $74+35$, $68+13$, $54+29$ и т. д.

После этого спрашивает: «Кто догадается, как выполнить сложение таких чисел: $254+129$?». Выясняется, что в рассмотренных случаях складывали два числа, то же самое предлагается в новом случае. При сложении двузначных чисел их записывали одно под другим, ориентируясь на их разрядный состав, и складывали поразрядно. Возникает догадка - вероятно, так же можно складывать и трехзначные числа. Заключение о правильности догадки может дать учитель или предложить детям сравнить выполненные действия с образцом.

Умозаключение по аналогии возможно также применять при переходе к письменному сложению и вычитанию многозначных чисел, сравнивая его со сложением и вычитанием трехзначных.

Умозаключение по аналогии можно использовать при изучении свойств арифметических действий. В частности, переместительного свойства умножения. Для этой цели учащимся сначала предлагается найти значения выражений:

$$6+3 \quad 7+4 \quad 8+4 \quad 3+6 \quad 4+7 \quad 4+8$$

- Каким свойством вы воспользовались при выполнении задания? (Переместительным свойством сложения).

- Подумайте: как установить, выполняется ли переместительное свойство для умножения?

Учащиеся по аналогии записывают пары произведений и находят значение каждого, заменяя произведение суммой.

Для правильного умозаключения по аналогии необходимо выделить существенные признаки объектов, в противном случае вывод может оказаться неверным. Например, некоторые учащиеся пытаются применить способ умножения числа на сумму при умножении числа на произведение. Это говорит о том, что существенное свойство данного выражения - умножение на сумму, оказалось вне их поля зрения.

Формируя у младших школьников умение выполнять умозаключения по аналогии, необходимо иметь в виду следующее:

* Аналогия основывается на сравнении, поэтому успех ее применения зависит от того, насколько ученики умеют выделять признаки объектов и устанавливать сходство и различие между ними.

* Для использования аналогии необходимо иметь два объекта, один из которых известен, второй сравнивается с ним по каким-либо признакам. Отсюда, применение приема аналогии способствует повторению изученного и систематизации знаний и умений.

* Для ориентации школьников на использование аналогии необходимо в доступной форме разъяснить им суть этого приема, обратив их внимание на то, что в математике нередко новый способ действий можно открыть по догадке, вспомнив и проанализировав известный способ действий и данное новое задание.

* Для правильных действий по аналогии сравниваются признаки объектов, существенные в данной ситуации. В противном случае вывод может быть неверным.

* Задание 88. Приведите примеры умозаключений по аналогии, которые возможно использовать при изучении алгоритмов письменного умножения и деления.

6. Прием обобщения

Выделение существенных признаков математических объектов, их свойств и отношений - основная характеристика такого приема умственных действий, как обобщение.

Следует различать результат и процесс обобщения. Результат фиксируется в понятиях, суждениях, правилах. Процесс же обобщения может быть организован по-разному. В зависимости от этого говорят о двух типах обобщения - теоретическом и эмпирическом.

В курсе начальной математики наиболее часто применяется эмпирический тип, при котором обобщение знания является результатом индуктивных рассуждений (умозаключений).

В переводе на русский язык «индукция» означает «наведение», поэтому, используя индуктивные умозаключения, учащиеся могут самостоятельно «открывать» математические свойства и способы действий (правила), которые в математике строго доказываются.

Для получения правильного обобщения индуктивным способом необходимо:

1) продумать подбор математических объектов и последовательность вопросов для целенаправ-

ленного наблюдения и сравнения;

2) рассмотреть как можно больше частных объектов, в которых повторяется та закономерность, которую ученики должны подметить;

3) варьировать виды частных объектов, т. е. использовать предметные ситуации, схемы, таблицы, выражения, отражая в каждом виде объекта одну и ту же закономерность;

4) помогать детям словесно формулировать свои наблюдения, задавая наводящие вопросы, уточняя и корректируя те формулировки, которые они предлагают.

Рассмотрим на конкретном примере, как можно реализовать приведенные рекомендации. Для того чтобы подвести учащихся к формулировке переместительного свойства умножения, учитель предлагает им такие задания:

Рассмотрите рисунок и попробуйте быстро подсчитать, сколько окон в доме.

Дети могут предложить следующие способы: $3+3+3+3$, $4+4+4$ или $3*4=12$; $4*3=12$.

Учитель предлагает сравнить полученные равенства, т. е. выявить их сходство и различие. Отмечается, что оба произведения одинаковые, а множители переставлены.

Аналогичное задание учащиеся выполняют с прямоугольником, который разбит на квадраты. В результате получают $9*3=27$; $3*9=27$ и словесно описывают те сходства и различия, которые существуют между записанными равенствами.

Ученикам предлагается самостоятельная работа: найти значения следующих выражений, заменив умножение сложением:

$3*2$ $4*2$ $3*6$ $4*5$ $5*3$ $8*4$ $2*3$ $2*4$ $6*3$ $5*4$ $3*5$ $4*8$

Выясняется, чем похожи и чем отличаются равенства в каждом столбике. Ответы могут быть такими: «Множители одинаковые, они переставлены», «Произведения одинаковые» или «Множители одинаковые, они переставлены, произведения одинаковые».

Учитель помогает сформулировать свойство с помощью наводящего вопроса: «Если множители переставить, то что можно сказать о произведении?»

Вывод: «Если множители переставить, то произведение не изменится» или «От перестановки множителей значение произведения не изменится».

* Задание 89. Подберите последовательность заданий, которые можно использовать для выполнения индуктивных умозаключений при изучении:

а) правила «Если произведение двух чисел разделить на один множитель, то получим другой»;

б) переместительного свойства сложения;

в) принципа образования натурального ряда чисел (если к числу прибавить единицу, то получим следующее при счете число; если вычесть 1, то получим предыдущее число);

г) взаимосвязей между делимым, делителем и частным;

д) выводов: «сумма двух последовательных чисел есть число нечетное»; «если из последующего числа вычесть предыдущее, то получится 1»; «произведение двух последовательных чисел делится на 2»; «если к любому числу прибавить, а затем вычесть из него одно и то же число, то получим первоначальное число».

Опишите работу с этими заданиями, учитывая методические требования к использованию индуктивных рассуждений при изучении нового материала.

Формируя у млад и т.д.....

3.2. Лабораторные работы (темы, содержание)

Содержание

Перечень работ	
Пояснительная записка	Лабораторно- практическая работа № 7. «Методика изучения табличного умножения и соответствующих случаев деления»
Лабораторно- практическая работа № 1. «Нормативные документы, регламентирующие учебный процесс»	Лабораторно- практическая работа № 8. «Методика обучения решению простых задач в начальной школе»
Лабораторная работа № 2. «Урок математики в начальной школе. Типы и структура урока»	Лабораторно- практическая работа № 9 (а) «Методика обучения решению составных задач в начальной школе»
Лабораторно- практическая работа № 3. «Методика формирования пространственных и временных представлений, счета предметов в дошкольной (подготовительный) период»	Лабораторно- практическая работа № 9 (б) «Методика обучения решению составных задач в начальной школе»
Лабораторно- практическая работа № 4. «Методика изучения вопросов нумерации в начальной школе»	Лабораторно- практическая работа № 10. «Методика обучения решению задач на движение»
Лабораторно- практическая работа № 5. «Сложение и вычитание чисел в концентре «Десяток». Переместительное свойство сложения»	Лабораторно- практическая работа № 11. «Методика обучения решению задач с тройками величин, связанных пропорциональной зависимостью»
Лабораторно- практическая работа № 6. «Методика изучения сложения и вычитания в пределах 100»	Лабораторно-практическая работа № 12. «Переход от задач на четвертое пропорциональное к задачам «по двум суммам», «по двум разностям».
	Лабораторно- практическая работа № 13. «Знакомство с геометрическими фигурами и их свойствами»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Лабораторный практикум разработан с целью обобщения теоретических знаний по основным вопросам методики обучения математике в начальной школе, с целью формирования практических навыков самостоятельной работы по подбору необходимых заданий для учащихся при изучении вопросов программы, а также умений разрабатывать план – конспект урока математики, развития у студентов творческого поиска. Работа на занятиях может проводиться как в индивидуальной, групповой форме, так и в парах. Это дает возможность студентам научиться решать проблемы коллективно, высказывать свое мнение, слышать мнение других, отстаивать и обосновывать свою точку зрения. Выполнение работ готовит студентов к различным видам учебной практики: к практике пробных уроков, внеклассных занятий по математике, преддипломной практике.

В содержание лабораторного практикума входят вопросы общей методики и частных вопросов. В каждой работе поставлены цели, дан алгоритм работы, вариативность. Дано электронное приложение, что помогает студентам в оформлении работы в домашних условиях.

Содержание работ отвечает требованиям Федерального государственного стандарта. На последних курсах студенты знакомятся с деятельностным методом обучения, с методикой формирования универсальных учебных действий. В лабораторно - практические работы включены задания, связанные с УУД. Такие работы, как № 9 (а) и 9 (б) могут быть даны по выбору преподавателя. Студенты могут пользоваться различными комплектами учебников для начальной школы в различных системах обучения:

- в классической системе – учебники Моро М.И.;
- в развивающем обучении - учебники математики Давыдова В.В., Горбова С.Ф., Микулиной Г.Г., Савельевой О.В.; Александровой Э.И. (система Д.Б. Эльконина- В.В. Давыдова); Аргинской И.И., Бененсон Е.П., Итиной Л.С. (система Л.В. Занкова).
- в системно – деятельностном подходе в обучении «Школа 2000...» - учебники Петерсон Л.Г. и другие.

Лабораторный практикум может корректироваться, совершенствоваться, дополняться новыми работами.

Разработчик: преподаватель математики высшей категории, председатель ПЦК естественнонаучных дисциплин Османова М.С.

Лабораторно - практическая работа №1

Тема: «**Нормативные документы, регламентирующие учебный процесс**»

- Цели.** 1) Знакомство студентов с основными документами, регламентирующими учебный процесс.
- 2) Анализ программы по математике для начальной школы.

Задания для работы.

1. Рассмотрите *государственный образовательный стандарт* (ФГОС), разделы:
 - а) «Квалификационная характеристика выпускника»,
 - б) «Основные виды деятельности учителя»
 - в) «Выпускник должен уметь»
 - г) «Как проектировать УУД в начальной школе»
2. Проведите анализ программы по математике:
 - а) В пояснительной записке:
 - изучите содержание пояснительной записки.
 - определите и **выпишите** основные цели обучения математике.
 - выделите и **выпишите** особенности построения программы по математике.
 - б) Рассмотреть тематическое планирование 1 класс (1 четверть).
3. В предложенных на уроке заданиях определите *образовательные, воспитательные, развивающие, практические* цели обучения.

1 вариант

Учебник 2 кл.(1 ч.) Моро М.И., стр. 6, № 3,; стр.12., № 6, задание на полях страницы (треугольники); стр 13., № 1.

2 вариант

Учебник 2 кл. (1 ч.) Моро М.И., стр. 11, № 3; стр. 34, № 1; стр. 47, задание на полях страницы.

Лабораторно - практическая работа № 2

Урок математики в начальной школе. Типы и структура урока

- Цели:** 1) Определение внешней и внутренней структуры урока.
2) Формирование умения выделять основные этапы урока математики.

Порядок выполнения работы

Оснащение: 1) Учебное пособие «Методика обучения математике в начальных классах», автор Истомина Н.Б.

2) Учебники математики для 1 класса (1 и 2 части), авторы: Моро М.И.

Порядок выполнения работы.

- 1) Ознакомьтесь с содержанием учебного пособия на стр.243 – 249 п 5.1 **Различные подходы к построению урока математики.** Выделите особенности и отличия **внешней** структуры урока от **внутренней**. Запишите в таблицу

Особенности внешней структуры урока	Особенности внутренней структуры урока
Отличия внешней структуры урока от внутренней :	

- 2) Определите тип и составьте технологическую карту урока по учебнику М.И. Моро 1 класса (1, 2ч.):

1 вариант

1. Учебник 1 кл.(1 часть) стр.60.

3 вариант

2. Учебник 1 кл.(2 часть) стр. 34.

2 вариант

1. Учебник 1 кл.(2 часть) стр14.

4 вариант

2. Учебник 1 кл.(2 часть) стр. 24.

Задание на дом: Представить содержание работы в соответствии с указанным порядком работы (по вариантам).

Лабораторно - практическая работа № 3

Тема: «Методика формирования пространственных и временных представлений, счета предметов в дочисловой (подготовительный) период»

Цели:

1. Определить методические особенности:
 - уровня подготовки каждого ученика;
 - сравнения предметов по различным признакам;
 - сравнения групп предметов;
 - формирования умения счета предметов;
 - подготовки к решению задач.
2. Составить примерный проект плана - конспекта урока по теме.
3. Представить защиту проекта плана - конспекта урока (с элементами проигрывания)

Оснащение

- 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе».
- 2) М.А. Бантова «Методика преподавания математики в начальной школе».
- 3) М. И. Моро, учебник математики, 1 класс (I часть).

Порядок выполнения работы

I. Работа с методическими пособиями

1. Изучите содержание методических пособий; а) М.А. Бантовой, стр. 53-57; б) Н.Б. Истоминой, стр. 13-21.
2. Сформулируйте ряд вопросов, позволяющих выявить уровень подготовки учеников к обучению математике.

Таблица № 1

Примерный перечень вопросов для учащихся при поступлении в школу	Примерный перечень вопросов для учащихся в подготовительном периоде обучения.

II. Работа с учебниками начальной школы и с тетрадями с печатной основой

1. Выявите умения учеников различать предметы по их различным свойствам:

Таблица № 2

По свойствам	Подбор упражнений из учебников 1 класса (1 часть)
	Моро М.И
По размеру По цвету По форме По материалу По ...	

2. Подберите упражнения с целью формирования пространственных и временных представлений:

Таблица № 3

Пространственные и временные представления	Подбор упражнений из учебников 1 класса (1 часть)
	Моро М.И
Вверху - внизу Слева - справа Раньше - позже Сначала – потом Перед - за	

3. Подберите упражнения с целью формирования умения сравнения групп предметов: отношения «больше», «меньше», «столько же»:

Таблица № 4

Основные приемы сравнения	Подбор упражнений из учебников 1 класса (1 часть)
	Моро М.И

4. Подберите упражнения с целью формирования умения счета предметов:

Таблица № 5

Для сознательного владения учащимися операцией количественного и порядкового счета предметов необходимо:	Подбор упражнений из учебников 1 класса (1 часть)
	Моро М.И
1) знать название и последовательность чисел натурального ряда; 2) уметь правильно соотносить число и предмет (образование пары «число-предмет»); 3) понимать, что последнее из чисел, названных при счете предметов дает ответ на вопрос «Сколько?» 4) пересчет предметов; 5) порядковый счет; 6) подготовка к решению задач.	

III. Разработка примерного плана-конспекта урока по теме

страницы учебника (вариант по выбору)

1 вариант. Учебник Моро М.И. , 1 класс (1 ч.), стр. 11.

2 вариант. Учебник Моро М.И. , 1 класс (1 ч.), стр. 14.

ЗАМЕЧАНИЯ.

1. При разработке конспекта урока учесть структурные элементы урока для младших школьников.

2. По возможности использовать сюжетную линию.

3. Иметь изображение наглядных пособий и индивидуального счетного материала.

4. Работу сдать в печатном виде с указанием состава группы и даты выполнения.

Лабораторно - практическая работа № 4

Тема: «Методика изучения вопросов нумерации в начальной школе»

Цели: 1 . Определить методические особенности изучения указанной темы,

2. Выстроить последовательность учебных заданий по теме (подобрать из учебника или составить самостоятельно).
3. Составить проект плана - конспекта фрагмента урока по теме.
4. Представить защиту проекта плана - конспекта урока (с элементами проигрывания).

Оснащение

1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе».

2) А.В. Белошистая «Методика обучения математике в начальной школе».

3) М. И. Моро, учебники математики для начальной школы - 2 класс (I часть), 3 класс (2часть); 4 класс (I часть).

Порядок выполнения работы

1. Рассмотрите задание своего варианта.

2. Изучите п. 2.2(стр. 21-27) или 2.9 (стр. 46) методического пособия Н. Б. Истоминой по теме своего варианта, *законспектируйте* в соответствии с целями, выполните указанные задания.

3. Рассмотрите задания своего варианта в соответствии с целью № 2, заполните таблицу.

Таблица № 1

№	Последовательное содержание учебного материала	Виды упражнений	Средства наглядности

4. Составьте проект плана - конспекта урока с опорой на рекомендации.

5. Проведите обсуждение и защиту проекта.

Рекомендации к оформлению проекта.

Примерный план - конспект фрагмента урока. Тема: _____

Цели: образовательные: ...; развивающие: ...; воспитательные: ...; практические

Таблица № 2

№	Этапы урока	Самостоятельная деятельность учащихся	Виды упражнений
1.	Актуализация знаний учащихся (повторение ранее изученного материала).		
2.	Разработка системы учебных заданий для введения нового материала.		
	Обобщение нового понятия.		
3	Закрепление сформированных знаний.		
4.	Итог урока, оценка работы. Задание на дом.		

ВАРИАНТ № 1. Тема: Методика изучения вопросов нумерации в концентре «ДЕСЯТОК».

Ход работы варианта № 1.

1. Методические особенности изучения темы (Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальных классах», п. 2.2, стр. 21). Повторение теории. (Пункты 1, 2 порядка выполнения работы)
 2. Выстраивание последовательности учебных заданий по теме (подобрать из учебника или составить самостоятельно, Н. Б. Истомина, **задание 8**, стр.25). (Пункт 3 порядка выполнения работы, оформление в виде таблицы № 1).
 3. Составление проекта плана - конспекта фрагмента урока по теме: «Нумерация чисел в концентре «ДЕСЯТОК»».
- Учебник М. И. Моро «Математика» 2 класс (I часть), стр. 8. (Пункт 4 порядка выполнения работы, оформление в виде таблицы № 2).
4. Составьте план защиты проекта (Пункт 5 порядка выполнения работы).
 5. Укажите даты проведения работы; номер варианта, состав рабочей группы.
 6. Представьте материалы работы на проверку в оформленном виде.
 7. Укажите перечень учебной литературы, используемой дополнительно.

ВАРИАНТ № 2. Тема: Методика изучения вопросов нумерации в концентре «СОТНЯ».

Ход работы варианта № 2.

1. Методические особенности изучения темы (Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальных классах», п. 2.9, стр. 47). Повторение теории. (Пункты 1, 2 порядка выполнения работы)
 2. Выстраивание последовательности учебных заданий по теме (подобрать из учебника или составить самостоятельно, Н. Б. Истомина, **задание 19**, стр.48). (Пункт 3 порядка выполнения работы, оформление в виде таблицы № 1).
 3. Составление проекта плана - конспекта фрагмента урока по теме: «Нумерация чисел в концентре сотня».
- Учебник М. И. Моро «Математика» 2 класс (I часть), стр. 8. (Пункт 4 порядка выполнения работы, оформление в виде таблицы № 2).
4. Составьте план защиты проекта. (Пункт 5 порядка выполнения работы).
 5. Укажите даты проведения работы; номер варианта, состав рабочей группы.
 6. Представьте материалы работы на проверку в оформленном виде.
 7. Укажите перечень учебной литературы, используемой дополнительно.

ВАРИАНТ № 3. Тема: Методика изучения вопросов нумерации в концентре « ТЫСЯЧА»

Ход работы варианта № 3.

1. Методические особенности изучения темы (Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальных классах», п. 2.9, стр. 48). Повторение теории. (Пункты 1, 2 порядка выполнения работы).
 2. Выстраивание последовательности учебных заданий по теме (подобрать из учебника или составить самостоятельно, Н. Б. Истомина, **задание 20**, стр. 48). (Пункт 3 порядка выполнения работы, оформление в виде таблицы № 1).
 3. Составление проекта плана - конспекта фрагмента урока по теме: «Нумерация чисел в концентре тысяча».
- Учебник М. И. Моро «Математика» 3 класс, стр. 38. (Пункт 4 порядка выполнения работы, оформление в виде таблицы № 2).
4. Составьте план защиты проекта. (Пункт 5 порядка выполнения работы).
 5. Укажите дату проведения работы; номер варианта, состав рабочей группы.
 6. Представьте материалы работы на проверку в оформленном виде
 7. Укажите перечень учебной литературы, используемой дополнительно.

ВАРИАНТ № 4. Тема: Методика изучения вопросов нумерации в концентре

«МНОГОЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА»

Ход работы варианта № 4.

1. Методические особенности изучения темы (Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальных классах», п. 2.9, стр. 49) Повторение теории (Пункты 1, 2 порядка выполнения работы).
2. Выстраивание последовательности учебных заданий по теме (подобрать из учебника или составить самостоятельно),
Н.Б. Истомина, **задание 21**, стр. 48. (Пункт 3 порядка выполнения работы, оформление в виде таблицы № 1).
3. Составление проекта плана - конспекта фрагмента урока по теме: «Нумерация чисел в концентре «Многозначные числа».
Учебник М. И. Моро «Математика» 4 класс (1 ч), стр. 22. (Пункт 4 порядка выполнения работы, оформление в виде таблицы № 2).
4. Составьте план защиты проекта. (Пункт 5 порядка выполнения работы).
5. Укажите дату проведения работы; номер варианта, состав рабочей группы.
6. Представьте материалы работы на проверку в оформленном печатном виде
7. Укажите перечень учебной литературы, используемой дополнительно.

Лабораторно-практическая работа № 5

Тема: **Разработка конспекта урока по теме «Сложение и вычитание чисел в концентре «Десяток». Переместительное свойство сложения»**

Цели: 1. Определить методические особенности изучения темы.
2. Разработать конспект урока.

Оснащение. 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе.
2) М. И. Моро, учебник математики 1 класс (2 часть).

Порядок работы

1. Изучите п. 2.6 (стр. 4) методического пособия Н. Б. Истоминой по теме работы.
2. Разработайте конспект урока по теме «Переместительное свойство сложения», учебники математики: 1) Моро М. И., 1 кл. (2ч) стр.14; 2) Петерсон Л.Г., 1 кл.(3) стр.12 с опорой на рекомендации.
3. Проведите обсуждение и защиту проекта.

Рекомендации к оформлению проекта

Тема урока : «Переместительное свойство сложения»

Цели: образовательные: ... ; развивающие: ...; воспитательные:...; практические... .

Ход урока

№	Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Виды упражнений
1.	Актуализация знаний учащихся (повторение ранее изученного).			
2	Разработка системы учебных заданий для введения нового материала. Анализ заданий, «открытие» нового свойства			
3	Обобщение нового понятия			
4	Первичное закрепление знаний			

5	Итог урока, рефлексия. Задание на дом.			
---	----------------------------------------	--	--	--

Лабораторно-практическая работа № 6

Тема: «Методика изучения сложения и вычитания в пределах 100»

- Цели:**
1. Определить методические особенности изучения темы.
 2. Разработать конспект урока.

Оснащение. 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе». 2) М. И. Моро, учебник математики 2 класс (I часть).

ВАРИАНТ 1.

1. Изучите п. 2.12 (стр. 64) методического пособия Н. Б. Истоминой по теме работы.
2. Разработайте конспект урока по теме «**Приемы устного сложения и вычитания чисел в пределах 100. Сложение вида 26+7**», учебник Моро М. И., 2 кл. (1ч) с опорой на рекомендации.
3. Проведите обсуждение и защиту проекта.

ВАРИАНТ 2.

1. Изучите п. 2.12 (стр. 64) методического пособия Н. Б. Истоминой по теме работы.
2. Разработайте конспект урока по теме «**Приемы устного сложения и вычитания чисел в пределах 100. Вычитание вида 12-5**», учебник Моро М. И., 1 класс (2 ч.)
3. Проведите обсуждение и защиту проекта.

Рекомендации к оформлению проекта.

Тема: _____

Цели: образовательные: ... ; развивающие: ...; воспитательные: ...; практические... Ход урока

№	Этапы урока	Самостоятельная деятельность учащихся	Виды упражнений
1.	Актуализация знаний учащихся (повторение ранее изученного материала).		
2.	Разработка системы учебных заданий для введения нового материала.		
3	Обобщение нового понятия.		
4	Закрепление сформированных знаний.		
5	Итог урока, рефлексия. Задание на дом.		

Лабораторно - практическая работа № 7

Тема: «Методика изучения табличного умножения и соответствующих случаев деления»

- Цели:**
1. Определить методические особенности изучения указанной темы,
 2. Составить проект плана - конспекта фрагмента урока по теме.
 3. Представить защиту проекта плана - конспекта урока

Оснащение 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе». 2) М.И. Моро «Методика преподавания математики в начальной школе». 3) М. И. Моро, учебники математики для начальной школы - 3 класс (1 часть).

Порядок выполнения работы

1. Рассмотрите задание своего варианта.
2. Изучите п. 2.16 (стр. 87) методического пособия Н. Б. Истоминой по теме своего варианта.
3. Выпишите основные методические особенности темы из п. 2.16 стр.87.

- Составьте проект плана - конспекта урока с опорой на рекомендации.
- Проведите обсуждение и защиту проекта.

Рекомендации к оформлению проекта

Примерный план - конспект урока.

Тема: _____

Цели: образовательные: ... ; развивающие: ...; воспитательные:... практические....

Ход урока

№	Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Виды учебной деятельности учащихся
1.	Актуализация знаний учащихся (повторение ранее изученного материала).			
2.	Разработка системы учебных заданий для введения нового материала			
3	Обобщение нового понятия.			
4	Закрепление сформированных знаний			
4.	Итог урока, рефлексия. Задание			

ВАРИАНТ №1. Составление конспекта урока «Изучение табличных случаев умножения и деления с числом 5».

ВАРИАНТ № 2. Составление конспекта урока «Изучение табличных случаев умножения и деления с числом 7».

Конспект сдать в письменном виде с указанием даты составления, состава рабочей группы

Лабораторно- практическая работа № 8

Тема: «Методика обучения решению простых задач в начальной школе»

Цели:

- Определить методические особенности изучения указанной темы.
- Научиться планировать проведение подготовительной работы к ознакомлению учащихся с простой задачей.
- Проводить работу по знакомству учащихся с простой задачей.

Оснащение.

- Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе». П.4.3. Стр. 211 – 214.
- М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова «Методика преподавания математики в начальных классах». § 3. Стр. 200 – 202.
- М. И. Моро, учебник математики для начальной школы 1 кл. (1ч.).
- Э.И. Александрова, учебник математики для начальной школы, 1 кл. (книга 2).

Порядок выполнения работы

1 этап. Повторите:

- П. 4.3. Стр. 211 – 214 методического пособия Н. Б. Истоминой «Методика обучения математике в начальной школе». по теме;
- § 3. Стр. 200 – 202 М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой «Методика преподавания математики в начальных классах».

2 этап. Проведите подготовительную работу к ознакомлению учащихся с простой задачей. Заполните таб № 1

Таблица № 1

№	Виды заданий	Примеры задач (из учебника или подбор самостоятельно)
1		

1	Задачи с недостающими данными	
2	Задачи с лишними данными	
3	Задачи с двумя вопросами	
4	Выбор схемы к задаче	
5	Выбор выражения к задаче	

3 этап. Разработайте фрагмент конспекта урока знакомства учащихся с простой задачей.

Тема урока «Введение первой простой задачи»

Цели: развивающие: ...; образовательные: ...; воспитательные: ...; практические: ...

Ход урока

Этапы работы над задачей	Деятельность учителя (вопросы)	Деятельность учащихся	Модель к задаче, решение задачи учащимися	Универсальные учебные действия (УУД), формируемые при изучении темы (выбрать из перечня или подобрать самим)
1. Целеполагание и мотивация				
2. Актуализация опорных знаний				
3. Фиксирование затруднений				
4. Выявление места и причины затруднения				
5. Построение проекта выхода из затруднения				
6. Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи				

Перечень возможных универсальных учебных действий (УУД):

самоорганизация учащегося; актуализация изученных способов действия; интерес к выполнению заданий; использование простейших приемов анализа, сравнения; умение принимать цель урока и следовать ей в процессе учебной деятельности; способность сохранять доброжелательное отношение учащихся друг к другу; участие в работе группы, общение друг с другом; умение строить математические модели; умение делать выводы, аргументировать свои суждения; проявление самостоятельности и инициативы; оценивание результата выполнения задания; адекватная самооценка деятельности и др.

4 этап. Защита проекта.

Состав рабочей группы: _____ Дата _____

Лабораторно- практическая работа № 9 (а)

Тема: «Методика обучения решению составных задач в начальной школе»

Цели: 1. Определить методические особенности изучения указанной темы.

2. Научиться планировать проведение подготовительной работы к ознакомлению учащихся с составной задачей.

3. Проводить работу по знакомству учащихся с составной задачей.

Оснащение. 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе» П.4.3.Стр. 211 – 226.

- 2) М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова «Методика преподавания математики в начальных классах». § 3. Стр. 218 – 224.
- 3) М. И. Моро, учебники математики для начальной школы 2 кл. (1,2ч.).
- 4) Э.И. Александрова, учебник математики для начальной школы, 1 кл. (книга 2).

Порядок выполнения работы

- 1 этап.** Повторите: 1) П. 4.3. Стр. 211 – 226 методического пособия Н. Б. Истоминой «Методика обучения математике в начальной школе» по теме;
- 2) § 3. Стр. 218 – 224 М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой «Методика преподавания математики в нач. кл.».

2 этап. Проведите подготовительную работу к ознакомлению учащихся с составной задачей. Заполните таблицу № 1.

№	Виды заданий	Примеры задач (подбор самостоятельно)
1	Задачи с недостающими данными	
2	Задачи с лишними данными	
3	Объяснение смысла выполненных действий	
4	Задачи с двумя вопросами	
5	Задачи, имеющие несколько решений	
6	Упражнения творческого характера	

3 этап. Разработать фрагмент конспекта урока знакомства учащихся с составной задачей.

Тема урока _____ **Цели:** _____ **Ход урока.** Заполните таблицу № 2:

№	Этапы работы над задачей	Способ разбора задачи (аналитический, синтетический, с 2-мя или 3-мя числами), текст	Деятельность учителя (вопросы)	Деятельность учащихся (ответы)	Модель к задаче, решение задачи учащимися

Вариант 1 – 2 кл. (2 ч), стр. 16, №3.

Вариант 2 – 2 кл. (2 ч), стр. 41, №9.

Вариант 3 – 2 кл. (2 ч), стр. 26, №36.

Вариант 4 – 2 кл. (2 ч), стр. 41, №13.

4 этап. Защита проекта. Состав рабочей группы: _____ Вариант _____ Дата _____

Лабораторно- практическая работа № 9 (б)

Тема: «Методика обучения решению составных задач в начальной школе»

Цели:

1. Определить методические особенности изучения указанной темы.
2. Научиться планировать проведение подготовительной работы к ознакомлению учащихся с составной задачей.
3. Проводить работу по знакомству учащихся с составной задачей.

Оснащение

- 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе». П.4.3. Стр. 211 – 226.

- 2) М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова «Методика преподавания математики в начальных классах». § 3. Стр. 218 – 224.
- 3) М. И. Моро, учебник математики для начальной школы 2 кл. (1, 2 ч.)
- 4) Л.Г. Петерсон, учебник математики для начальной школы 2 кл. (1, 2 ч.)
- 5) Э.И. Александрова, учебник математики для начальной школы, 1 кл. (книга 2).

Порядок выполнения работы

1 этап. Повторите:

- 1) П. 4.3. Стр. 211 – 226 методического пособия Н. Б. Истоминой «Методика обучения математике в начальной школе». по теме;
- 2) § 3. Стр. 218 – 224 М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой «Методика преподавания математики в начальных классах».
- 2 этап.** Проведите подготовительную работу к ознакомлению учащихся с составной задачей. Заполните таблицу № 1

Таблица № 1

№	Виды заданий	Примеры задач (подбор самостоятельно)
1	Задачи с недостающими данными	
2	Задачи с лишними данными	
3	Задачи с двумя вопросами	
4	Задачи с недостающим вопросом	
5	Выбор схемы к задаче	
6	Выбор выражения к задаче	
7	Объяснение смысла выполненных действий	
8	Задачи, имеющие несколько решений	
9	Упражнения творческого характера	

3 этап. Разработайте фрагмент конспекта урока знакомства учащихся с составной задачей

Тема урока «Введение первой простой задачи»

Цели:

Таблица № 2

Этапы работы над задачей	Деятельность учителя (вопросы)	Деятельность учащихся	Модель к задаче, решение задачи учащимися (способ разбора задачи: аналитический или синтетический, с 2-мя или 3-мя числами)	Универсальные учебные действия (УУД), формируемые при изучении темы (выбрать из перечня или подобрать самим)
1. Целеполагание и мотивация				
2. Актуализация опорных знаний				
3. Фиксирование затруднений				
4. Выявление места и причины затруднения				

5. Построение проекта выхода из затруднения				
6. Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи				

Перечень возможных универсальных учебных действий (УУД):

самоорганизация учащегося; актуализация изученных способов действия; интерес к выполнению заданий; использование простейших приемов анализа, сравнения; умение принимать цель урока и следовать ей в процессе учебной деятельности; способность сохранять доброжелательное отношение учащихся друг к другу; участие в работе группы, общение друг с другом; умение строить математические модели; умение делать выводы, аргументировать свои суждения; проявление самостоятельности и инициативы; оценивание результата выполнения задания; адекватная самооценка деятельности и др.

4 этап. Защита проекта.

Состав рабочей группы: _____ Дата _____

Лабораторно- практическая работа № 10

Тема: «Методика обучения решению задач на движение»

Цели:

1. Повторить систему работы по изучению задач на движение.
2. Отработать умение составлять задачи на движение по готовому чертежу.
3. Сформировать навык составления фрагмента урока по работе с учащимися над задачами на движение.

Оснащение.

- 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе». П.4.4. Стр. 239 – 242.
- 2) М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова «Методика преподавания математики в начальных классах». § 3. Стр. 236 – 241.
- 3) М. И. Моро, учебники математики для начальной школы 3, 4 кл. (1,2ч).

Порядок выполнения работы

- Повторите: 1) П.4.4. Стр. 239 – 242 методического пособия Н. Б. Истоминой.
2) § 3. Стр. 236 – 241 методического пособия М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой.

Часть 1. Методический план изучения темы

Заполните таблицу № 1.

Таблица № 1.

№	Этапы работы над задачей	Примеры задач (подбор самостоятельно)	Модель к задаче	Решение задачи
1	Подготовительная работа – обобщение представлений детей о движении.	Беседа. Экскурсия.		
2	Ознакомление со скоростью			
3	Раскрытие связей между величинами: скоростью, временем, расстоянием.			
4	Решение составных задач с целью усвоения связей между величинам этой			
5	Решение составных задач на встречное движение.			

6	Решение составных задач на «движение в противоположных направлениях»			
7	Решение составных задач на «движение вдогонку».			

Часть 2. Составление задачи по модели (схеме, чертежу).

Вариант 1 – Учебник МОРО М.И. 4 кл. (2 ч), стр. 12, № 63. № 4.

Вариант 2 – Учебник МОРО М.И. 4 кл. (2 ч), стр. 27, № 136.

Часть 3. Разработка фрагмента конспекта урока

по решению задачи на движение с тройкой величин: скорость, время, расстояние.

Тема урока _____ **Цели:** _____

Ход урока. Заполните таблицу № 2.

Таблица № 2.

№	Этапы работы над задачей	Способ разбора задачи (аналитический, синтетический, аналитико-синтетический)	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Модель к задаче, решение задачи учащимися

Вариант 1 – Учебник МОРО М.И. 4 кл. (2 ч), стр. 14, № 74.

Вариант 2 – Учебник МОРО М.И. 4 кл. (2 ч), стр. 20, № 91.

Лабораторно- практическая работа № 11

Тема: «Методика обучения решению задач с тройками величин, связанных пропорциональной зависимостью»

Цели. 1. Определить методические особенности изучения указанной темы.

2. Научиться проведению подготовительной работы к ознакомлению учащихся с задачами с тройками величин;

3. Освоить методику обучения учащихся решению задач с тройками величин, связанных пропорциональной зависимостью.

Оснащение. 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе». П. 4.4. Стр. 226 – 242.

2) М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова «Методика преподавания математики в начальных классах». § 3. Стр. 225 – 241.

3) М. И. Моро, учебники математики для начальной школы 3 кл. (1,2ч.).

Порядок выполнения работы.

1 этап. Повторите: 1) П. 4.4. Стр. 226 – 242 методического пособия Н. Б. Истоминой «Методика обучения математике в начальной школе». по теме.

2) § 3. Стр. 225 – 241 М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой «Методика преподавания математики в начальных классах».

2 этап. Проведите подготовительную работу к ознакомлению учащихся с составной задачей. Заполните табл. № 1.

№	Этапы работы	Примеры задач (составление или подбор самостоятельно)	Вид зависимости (прямая, обратная пропорциональность)
1	Знакомство с величинами, решение простых задач с целью уяснения связи между величинами		
2	Решение составных нетиповых задач с тройками величин		
3	Знакомство с решением задач нахождение 4-го пропорционального		
4	Решение задач на пропорциональное деление по двум суммам		
5	Решение задач нахождение неизвестного по двум разностям (подготовка, типовые задачи).		

3 этап. Преобразуйте задачу этапа №3 в задачи этапов №4 и №5.

4 этап. Разработайте конспект фрагмента урока обучения решению задач с тройками величин, связанных пропорциональной зависимостью.

Тема: _____ **Цели:** _____ **Ход урока.** Заполните таблицу №2.

№	Этапы работы над задачей	Тип задачи (по двум суммам, по двум разностям и др.)	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Модель к задаче и ее решение учащимися

Вариант 1 – 3 кл. (2 ч), стр. 71, №1 (2). Вариант 2 – 3 кл. (2 ч), стр. 62, №4. Вариант 3 – 3 кл. (2 ч), стр. 59, №3.

Вариант 4 – 3 кл. (2 ч), стр. 56, №5.

5 этап. Защита проекта _____ Состав группы: _____ Вариант _____ Дата _____

Лабораторно- практическая работа № 12

Тема: **Переход от задач на четвертое пропорциональное к задачам «по двум суммам», «по двум разностям» .**

Цели. 1. Определить методические особенности изучения указанной темы

2. Освоить методику обучения учащихся решению задач с тройками величин, связанных пропорциональной зависимостью.

3. Овладеть практическим умением перехода от задач на четвертое пропорциональное к задачам «по двум суммам», «по двум разностям»

Оснащение.

1) М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова «Методика преподавания математики в начальных классах». § 3. Стр. 225 – 241.

2) М. И. Моро, учебник математики для начальной школы 4 кл. (2ч.).

Порядок выполнения работы.

1 этап. Повторите: § 3. Стр. 225 – 241 М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой «Методика преподавания математики в начальных классах».

2 этап. 1) Составьте задачу на четвертое пропорциональное по схеме, решите ее.

	□	□	□
--	---	---	---

□	Одинаковое	□	□
□		□	?

- 2) Составьте обратную задачу, записав текст; постройте модель к задаче и решите ее.
 3) Задачу на четвертое пропорциональное преобразуйте в задачу «по двум суммам»; постройте модель к задаче и решите ее.
 4) Задачу на четвертое пропорциональное преобразуйте в задачу «по двум разностям»; постройте модель к задаче и решите ее.

3 этап. Разработайте конспекта фрагмента урока обучения решению задач на четвертое пропорциональное «по двум суммам», «по двум разностям».

Тема: _____ **Цели:** _____ **Ход урока.** Заполните таблицу.

№	Этапы работы над задачей	Тип задачи	Деятельность учителя (вопросы)	Деятельность учащихся (ответы)	Модель к задаче и ее решение учащимися

Вариант 1 – 4 кл. (2 ч), стр. 5, № 17).

Вариант 2 – 4 кл. (2 ч), стр. 39, № 194.

4 этап. Защита проекта

Состав группы:

Вариант _____

Дата

Лабораторно- практическая работа № 13

Тема: «Знакомство с геометрическими фигурами и их свойствами»

Цель: 1. Определить методические особенности изучения указанной темы.

Оснащение. 1) М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова «Методика преподавания математики в начальных классах». Стр. 278

2) М. И. Моро, учебник математики для начальной школы 4 кл. (1ч.) стр. 16.

Порядок выполнения работы

1 этап. Повторите: стр. 278 М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой «Методика преподавания математики в начальных классах».

2 этап. Разработайте фрагмент конспекта урока знакомства учащихся со свойствами прямоугольника

Тема урока «Свойство противоположных сторон прямоугольника»

Цели:

Таблица № 1

Этапы работы	Деятельность учителя (вопросы)	Деятельность учащихся	Модель к задаче, решение задачи учащимися	Универсальные учебные действия (УУД), формируемые при изучении темы (выбрать из перечня или подобрать самим)
1. Целеполагание и мотивация				
2. Актуализация опорных знаний				
3. Фиксирование затруднений				
4. Выявление места и				

причины затруднения				
5. Построение проекта выхода из затруднения				
6. Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи				

Перечень возможных универсальных учебных действий (УУД):

самоорганизация учащегося; актуализация изученных способов действия; интерес к выполнению заданий; использование простейших приемов анализа, сравнения; умение принимать цель урока и следовать ей в процессе учебной деятельности; способность сохранять доброжелательное отношение учащихся друг к другу; участие в работе группы, общение друг с другом; умение строить математические модели; умение делать выводы, аргументировать свои суждения; проявление самостоятельности и инициативы; оценивание результата выполнения задания; адекватная самооценка деятельности и др.

4 этап. Защита проекта.

Состав рабочей группы _____ Дата _____

3.3. Практические занятия (темы, содержание)

№ практического занятия			Формы и методы контроля
	Наименование темы и содержание занятий по программе	Кол-во часов	
Тема 4.1. Начальный курс математики как учебный предмет.			
8-11.	Характеристика основных учебников «Математика».	2	Проверка практической работы
Тема 4.3. Теоретико-множественный подход к построению множества целых неотрицательных чисел			
26-27.	Формирование навыков внетабличного умножения и деления. Деление с остатком.	2	Индивидуальная работа по карточкам
28-29.	Формирование навыков умножения и деления многозначных чисел.	2	Проверка практической работы
Тема 4.4. Обучение решению текстовых задач			
32-33.	Простые задачи на сложение и вычитание. Обратные задачи.	2	Проверка практической работы
34-37.	Простые задачи на умножение и деление	2	Проверка практической работы
38-39.	Формирование навыков решения составных задач в 2-4 действия.	2	Тесты, устный опрос, проверка практических работ, индивидуальная работа на карточках
Тема 4.5. Числовые функции			
40-41.	Прямая и обратная пропорциональность.	2	Устный опрос
Тема 4.6. Обучение решению задач с пропорциональными величинами			

42-43.	Формирование навыков решения простых задач с пропорциональными величинами.	2	Тесты, устный опрос, проверка практических работ, индивидуальная работа на карточках
44-45.	Формирование навыков решения задач на нахождение 4-ой пропорциональной величины.	2	Проверка практической работы
46-47.	Формирование навыков решения задач на пропорциональное деление.	2	Оценка фрагментов урока и их анализа
48-49.	Формирование навыков решения задач на нахождение неизвестного по двум разностям.	2	Проверка практических работ, индивидуальная работа на карточках
Тема 4.7. Натуральное число как мера величины.			
50-51.	Арифметические действия над числами, полученными в результате измерения величин.	2	Проверка индивидуальной практической работы
Тема 4.8. Изучение величин в начальной школе.			
52-53.	Методика изучения длины, единиц измерения длины в различных учебниках математики	2	Устный опрос
54-55.	Изучение массы и ёмкости в альтернативных учебниках математики.	2	Проверка практической работы
56-57.	Единицы измерения площади и их соотношение. Измерение площади плоских фигур с помощью палетки.	2	Проверка составленных конспектов уроков, индивидуальной практической работы
58-59.	Анализ изучения времени в альтернативных учебниках математики.	2	Проверка практических работ, индивидуальная работа на карточках
60-61.	Обучение учащихся действиям над значениями величин.	2	Устный опрос
Тема 4.9. Отношения на множестве			
62-65.	Отношения на множестве. Свойства отношений.	2	Устный опрос, проверка практических работ, индивидуальная работа на карточках
Тема 4.10. Делимость натуральных чисел			
66-67.	Признаки делимости. Способы нахождения НОД и НОК.	2	Устный опрос
Тема 4.12. Методика изучения дробей в НКМ			
68-69.	Нахождение доли числа и числа по его доле.	2	Устный опрос Проверка практической работы

			ты
70-71.	Решение задач на нахождение дроби числа.	2	Проверка практических работ, индивидуальная работа на карточках
Тема 4.13. Выражения, уравнения, неравенства			
72-73.	Использование информационных технологий в процессе изучения алгебраического материала.	2	Фрагменты уроков, составление презентаций по теме.

3.4. Самостоятельная работа (виды, формы контроля, методические рекомендации)

1. Систематическая проработка конспектов занятий, лекций, учебной и методической литературы по каждой теме.
2. Подготовка к практическим занятиям.
3. Анализ показательных уроков.
4. Выполнение упражнений по темам основ начального курса математики.
5. Анализ способов введения понятий в учебниках математики начальных классов разных авторов.
6. Подбор системы упражнений для формирования вычислительных навыков у учащихся начальных классов по различным темам.
7. Изучение норм оценок знаний, умений и навыков учащихся начальных классов по математике.
8. Оформление дидактических игр и занимательного материала для проведения устного счета на уроках математики в начальных классах.
9. Решение текстовых задач, нестандартных задач, задач повышенной трудности.
10. Моделирование в процессе обучения решению задач.
11. Преобразование задач с пропорциональными величинами.
12. Повторение определений и свойств геометрических фигур (по учебникам геометрии средней школы)
13. Подготовка рефератов на темы:
 - Методика устных вычислений.
 - Виды работы над задачами.
 - Время и его измерения.
14. Создание портфолио учебно-методических материалов по математике.
15. Подготовка презентаций при проведении пробных уроков.

Форма контроля самостоятельной работы:

- выполнение и сдача ЛР, ПР, методического портфолио;
- тест;
- защита реферата, портфолио, презентации;
- проверка конспекта;
- проверка решения задач, упражнений, дневников.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы.

1. Работа с конспектом

Конспект (от лат. *conspectus* — обзор) - письменный текст, кратко и последовательно излагающий содержание основного источника информации.

При конспектировании Вам предстоит кратко и логически последовательно представлять в определенном порядке сведения, почерпнутые из оригинала. В основе процесса лежит систематизация прочитанного или услышанного. Записи могут делаться как в виде точных выдержек, цитат, так и в форме свободной подачи смысла. Манера написания конспекта, как правило, близка к стилю первоисточника.

Если конспект составлен правильно, он должен отражать логику и смысловую связь записи-

ваемой информации. «Умный» конспект помогает воспринимать информацию практически любой сложности, предварительно придавая ей понятный вид.

В процессе конспектирования Вам предстоит в общем объеме информации выделить самое важное и необходимое, что позволит освоить учебный материал достаточно прочно и последовательно. В хорошо сделанных записях можно с легкостью обнаружить специализированную терминологию, понятно растолкованную и четко выделенную для запоминания значений различных слов. Используя законспектированные сведения, легче создавать значимые творческие или научные работы, различные рефераты и статьи.

Техника составления конспекта

- Необходимо просмотреть материал, выявить особенности текста, его характер, понять, сложен ли он, содержит ли незнакомые термины;
- Снова прочитайте текст и тщательно проанализируйте его. Такая работа с материалом даст возможность отделить главное от второстепенного, разделить информацию на составляющие части, расположить ее в нужном порядке.
- Обозначить основные мысли текста, они называются тезисами. Их можно записывать как угодно — цитатами (в случае, если нужно передать авторскую мысль) либо своим собственным способом.

Источники и дополнительная информация:

- referat.yabotanik.ru — конспект и его виды; особенности ведения конспектов;
- stopitsot.ru — правила написания конспектов, тезисов, рефератов;
- 2mm.ru — правила конспектирования.

2. Реферат.

Реферат – это учебно-исследовательская работа студентов, включая обоснование темы, анализ литературы, методическую основу, содержание.

Подготовка реферата способствует всестороннему знакомству с литературой по избранной теме, создает возможность комплексно использовать приобретенные навыки работы с книгой, развивает самостоятельность мышления, умение на научной основе анализировать явления действительности и делать выводы для практической работы.

Реферат является одной из форм углубленного изучения первоисточников, применения полученных знаний к анализу процессов и явлений общественной жизни, деятельности специалиста-производственника.

Учитывая важность подготовки для студентов, предлагаем поэтапные методические рекомендации работы над ним:

1) Выбор темы.

Обычная тематика семинаров определяется учебной программой, но ее можно выбрать с учетом интересов студентов, по согласованию с преподавателем.

2) Подбор литературы.

Без самостоятельного библиографического поиска работы над рефератом не возможна. Целесообразно использовать три группы источников:

- государственные (ведомственные) документы;
- сборники, различные справочные издания, в которых раскрывается история вопроса, анализируются различные точки зрения на данную проблему, проводится фактический материал и т.д.;
- журнальные и газетные статьи.

3) Изучение литературы.

Процесс работы с литературными источниками (от 1 до 3 и более) неотрывен от процесса работы над рефератом. Аналитический обзор литературы – важная часть реферата.

Результаты работы с литературой чаще всего фиксировать на отдельных листах бумаги и вкладывать их в конверты с надписями, соответствующими пунктами плана реферата.

Выписки из литературных источников могут быть различными. Чаще всего это дословные цитаты. Не следует увлекаться большим количеством цитат. Но необходимо помнить: взятую цитату надо зафиксировать, т.е. указать точно источник, страницу.

В процессе чтения литературы возникают собственные мысли, соображения, приходят на память примеры из жизни, прочитанных ранее книг, производственной деятельности. Все это желательно сразу же записывать, иначе можно забыть.

4) Составление плана реферата.

Иногда план составляется до изучения литературы, что позволяет изучать источники под углом зрения уже намеченной проблематики. Важно, чтобы каждый пункт плана раскрывал одну из сторон избранной темы, а все пункты в совокупности схватывали ее целиком.

Главными композиционными разделами работы являются следующие:

Вступление. Во вступлении дается обоснование темы, раскрывается ее актуальность, дается анализ литературы, обосновывается производственная база для исследования, определяются задачи реферата.

Основная часть. В ней обычно раскрывается как теоретическая основа проблем, так и ее практическое преломление.

Основную значимость для студентов СПОУ имеет практическая часть работы. Желательно, чтобы студент представил рассматриваемый вопрос применительно к производству, высветил не только позитивное, но и негативное. Целесообразно проследить причины имеющихся в производстве недостатков и наметить пути их ликвидации. Раскрывая, например, производственно-экономические вопросы, необходимо показать, как проявляют себя на практике новые методы хозяйствования, методы экономического стимулирования и т.д.

Заключение. Оно содержит краткие выводы и конкретные предложения.

Библиография. Она составляется стройно, логично. Сначала идут государственные (ведомственные) документы. Затем в алфавитном порядке последовательно располагается остальная использованная в ходе написания реферата литература. Библиография обычно располагается в конце работы. Если же в ходе написания реферата используются цитаты, обязательно надо делать сноску, указав, какая работа цитируется. Предъявляются требования и к четкой фиксации источников. Обязательно указание на место издания, издательство, год и количество страниц. Например, Семушина Л.Г., Ярошенко Н.Г. Содержание и методы обучения в ССУЗ. – М.: Высшая школа, 1990. – 120 с.

Примечание: Весь материал реферата посвящен избранной теме, и систематизация его, способ извлечения являются средством ее раскрытия.

В реферате может быть представлена история вопроса, должны иметь место рассуждения автора. При доказательстве приводятся необходимые аргументы: цитаты, статистические данные, доказывающие правильность выдвинутых положений. Аргументы должны быть точными, достоверными, научно обоснованными.

В реферате обязательно должны быть определения тех или иных понятий. Их необходимо раскрывать лаконично и точно. Теоретические положения важно связать с жизнью, с практикой производства.

Аннотация. Аннотация – это краткое изложение содержания книги, статьи и т.п., часто с критической оценкой ее. Аннотация дается в том случае, когда необходимо отразить лишь общее представление о книге, брошюре, статье.

Методические советы по составлению аннотации.

1. Внимательно прочитать работу.

2. Осмыслить ее содержание.

3. Сформулировать вывод о том, чему посвящена работа, в чем ее новизна, практическая значимость.

4. Для обоснования аннотации можно использовать выписки-цитаты из прочитанной работы. Аннотацию можно использовать в ходе доклада, при дополнении к выступлению товарищей, в ходе беседы. Аннотация играет важную роль при обосновании проблемы исследования и анализе литературы по теме реферата.

3. СХЕМА АНАЛИЗА ПРОБНОГО УРОКА

* Тип урока (комбинированный, закрепление изученного)

* Структура урока (этапы):

- проверка домашнего задания,
- устный счет,
- сообщение темы и целей урока,
- подготовка к изучению нового материала,
- изучение нового материала,
- закрепление ранее изученного, (закрепление изученного),
- подведение итогов,
- домашнее задание.

* Виды упражнений на уроке (см. список).

* Методы и приемы обучения, их эффективность:

- беседа (точные вопросы, в логической последовательности, вывод, (обобщение),
- наглядный метод (качество и использование наглядных пособий),
- объяснение (краткое, точное, непродолжительное, реализовать принципы научности, доступность обучения),
- практический метод (при изучении геометрических фигур и их свойств),
- самостоятельная работа (четкий инструктаж, контроль выполнения, проверка),
- индуктивный метод (от упражнений к выводу),
 - дедуктивный метод (от правил к выполнению заданий),
 - аналогия (сходство),
 - приемы сравнения, противопоставления, обобщения; игровой метод (дидактические игры, занимательные упражнения).

* Четкость ведения урока (постановка целей, подведение итогов).

* Индивидуальная работа (помощь слабым, дополнительное задание сильным).

* Рациональное использование времени, плотность урока.

* Интерес, внимание, активность и дисциплина учащихся. Причина ослабления внимания, нарушений дисциплины.

* Добросовестность подготовки, знание материала.

* Культура речи, дикция, мимика, общение с классом, педагогический такт, манера держать себя, внешний вид.

* Выводы по уроку, его оценка.

4. Портфолио

Портфолио (в широком смысле слова) – это способ фиксирования, накопления и оценки индивидуальных достижений студентов в определенный период его обучения.

«Портфолио документов» - портфель сертифицированных (документированных) индивидуальных образовательных достижений. Подобная модель предполагает возможность как качественной, так и количественной оценки материалов. Итоговый документ представлен в виде вкладыша в аттестат и содержит итоговый балл, а также перечень и оценки сертификатов, входящих в его состав. Документы или их копии могут быть помещены в приложения к портфолио.

«Портфолио работ» - представляет собой собрание различных творческих и проектных работ студента, а также описание основных форм и направлений его учебной и творческой активности:

участие в научных конференциях, конкурсах, учебных лагерях, прохождение элективных курсов, различного рода практик, спортивных и художественных достижений и др.

Данный вариант портфолио предполагает качественную оценку, например, по параметрам полноты, разнообразия и убедительности материалов представленных работ, ориентированности на выбранный профиль обучения и др. Он оформляется в виде книжки студента с приложением его работ, представленных в виде текстов, электронных версий, фотографий, видеозаписей.

«**Портфолио отзывов**» - включает в себя характеристики отношения студента к различным видам деятельности, представленные учителями, родителями, возможно однокурсниками, работниками системы дополнительного образования и др., а также письменный анализ самого студента своей конкретной деятельности и ее результатов. Он может быть представлен в виде текстов заключений, рецензий, отзывов, резюме, эссе, рекомендательных писем и прочее.

5. Инструкция по составлению конспекта урока

1. Прежде всего, запишите тему занятия и дату его проведения.
2. Затем укажите цель. Достичь поставленной цели по окончании занятия вам необходимо совместно с детьми. Для ее достижения нужно сформулировать и записать в конспекте задачи. Они должны быть обучающими, воспитательными и развивающими. Таким образом, знакомя ребят с новой информацией, вы должны позволить им самостоятельно получать знания, научить их методам исследования и в то же время подобрать такой дидактический материал, который бы позволил вам реализовать воспитательный момент.
3. В конспекте занятия обязательно указывается необходимое оборудование (интерактивная доска, диски с музыкальными композициями, таблицы, портреты писателей и т.д.).
4. Далее вы должны подробно описать ход занятия. Причем, нужно записывать не только вопросы педагога, различные задания, но и предположительные ответы или результаты.
5. Постарайтесь в конспекте чередовать творческие выступления, самостоятельную деятельность детей, исследование и т.д. Отрадите в нем также индивидуальный подход к каждому ребенку.
6. В конце конспекта необходимо запланировать время на подведение итогов занятия, а также на проведение рефлексии. Дети обязательно должны высказаться о своих впечатлениях, успехах и неудачах, поставить цели на будущее.

6. Схема разбора числа.

3-й класс – класс миллионов			2-й класс – класс тысяч			1-й класс – класс единиц		
разряды			разряды			разряды		
сотни	десятки	единицы	сотни	десятки	единицы	сотни	десятки	единицы
9	8	7	6	5	4	3	2	1
					9	4	0	9

1. Прочитайте число (9 409 – девять тысяч четыреста девять)
2. Назовите число единиц каждого разряда и каждого класса (9 ед. 1 разряда, или 9 ед.; 4 ед. 3 разряда или 4 сотни; 9 ед. 4 разряда или 9 тысяч; 409 ед. 1 класса и 9 ед. 2 класса)
3. Назовите общее число единиц каждого разряда (9 409 ед., 940 дес., 94 сот., 9 тыс.)
4. Замените число суммой разрядных слагаемых (9 409= 9000+400+9)
5. Назовите число, предшествующее при счете данному, и число, следующее при счете за данным (9 408 и 9 410)
6. Назовите наибольшее и наименьшее числа, которые имеют столько же разрядов, что и данное число (1000 и 9 999)

7. Укажите сколько всего цифр понадобилось для записи данного числа и сколько среди них различных(всего 4 цифры, различных 3)
8. Используя все цифры данного числа, запишите наименьшее и наибольшее числа (4099, 9 940)

4. ТЕМАТИКА ВЫПУСКНЫХ КВАЛИФИКАЦИОННЫХ РАБОТ

Использование учебников математики при изучении табличного умножения и деления на 2 и 3.
 Формирование вычислительных навыков у младших школьников на уроках математики.
 Развитие логического мышления младших школьников на уроках математики при изучении конкретного смысла действий сложения и вычитания.
 Использование законов и свойств арифметических действий при формировании вычислительных навыков.
 Развитие логических универсальных учебных действий в процессе обучения математике.
 Организация деятельности учащихся начальных классов в процессе изучения массы.
 Сравнительный анализ изучения геометрического материала в программах «Школа России» и развивающего обучения.
 Учебная самостоятельная деятельность младших школьников в обучении математике в начальных классах.
 Методика формирования вычислительной культуры младших школьников.
 Методика работы над задачей на уроках математики в начальной школе.
 Использование логических задач на уроке математики в начальной школе.
 Методика формирования временных представлений на уроках математики в начальной школе.
 Развитие продуктивного мышления на уроках математики.
 Развитие математических способностей детей в процессе внеклассной работы.
 Формирование интереса к урокам математики у учащихся начальных классов.
 Этапы изучения понятия задачи и ее решение в начальных классах.
 Дидактические игры как средство активизации познавательной деятельности младших школьников на уроках математики.
 Внеклассные занятия в начальных классах как средство повышения интереса к математике.
 Развитие логического мышления младших школьников на уроках математики.
 Методика изучения нумерации многозначных чисел в начальном курсе математики.
 Домашнее задание по математике в начальных классах как форма организации самостоятельной работы учащихся.
 Повышение интереса к урокам математики с помощью устных упражнений.
 Методика изучения геометрического материала на уроках математики в начальных классах.
 Дидактические возможности учебных игр на уроках математики в начальных классах.

5. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ МДК

а. Текущий контроль

Перечень точек рубежного контроля	Охват тем	Форма контроля
3 семестр	Тема 2.1., Тема 2.2., Тема 2.3., Тема 2.4., Тема 2.5.	Контрольная работа
4 семестр		Экзамен
5 семестр	Тема 4.5., Тема 4.6., Тема 4.7., Тема 4.8.	Контрольная работа
7 семестр	Тема 4.9., Тема 4.10.,	Экзамен

б) $X = \{2, 5, 9\}$, $Y = \{4, 8, 9\}$ Т- « $x < y$ ».

4. Приведите примеры заданий из дочислового периода, при выполнении которых используется понятие соответствия.

5. Перечислите основные задачи учителя при изучении нумерации чисел в пределах 10.

6. Объясните с теоретико-множественных позиций, почему задача решается с помощью сложения: «Маша прочитала за неделю 3 книги, а Миша 5 книг. Сколько всего книг прочитали дети?»

7. Объясните с теоретико-множественных позиций, почему задача решается с помощью вычитания:

«У Маши было 5 конфет. Две из них она съела. Сколько конфет осталось у Маши?»

8. Раскройте содержание основных этапов формирования вычислительных навыков в концентре «Десяток».

9. Назовите особенности формирования вычислительных навыков в концентре «Числа от 1 до 10» по программе Н.Б.Истоминой «Гармония».

10. Назовите особенности формирования вычислительных навыков в концентре «Числа от 1 до 10» по программе Л.Г.Петерсон «Начальная школа 2100...».

11. Приведите фрагмент урока по формированию понятий «больше», «меньше», «равно» в программе обучения «Школа России» (учебн. М.И.Моро, С.И.Волковой и др.).

12. Объясните, почему нумерация чисел в концентре «Сотня» изучается в два этапа (числа 11-20 и 21-100).

13. Объясните приёмы сложения и вычитания:

$$70+20, 90-60, 30+5, 35-5, 36+2, 36+20, 26+4, 30-7, 60-24, 26+7, 35-7.$$

Какие правила лежат в основе раскрытия каждого приёма?

14. Перечислите задачи учителя при изучении нумерации чисел в пределах 1000.

15. Дайте полную характеристику трёхзначного числа: 803, 999.

16. Приведите примеры рассуждений учащихся при выполнении действий в случаях : $369+253$, $615-347$.

17. Каковы основные задачи изучения нумерации чисел, больших 1000?

Назовите основные наглядные пособия, используемые при изучении нумерации многозначных чисел.

18. Приведите фрагмент урока по изучению нумерации многозначных чисел.

19. Дайте полную характеристику многозначного числа: 290 089, 456 065.

20. Расположите примеры в той последовательности, в которой они изучаются. Выполните действия. Объясните решение одного из примеров:

а) $\begin{array}{r} 2765 \\ + 3487 \\ \hline \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 64121 \\ + 5235 \\ \hline \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 12427 \\ + 16121 \\ \hline \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 12437 \\ + 16198 \\ \hline \end{array}$	д) $\begin{array}{r} 5124 \\ + 3176 \\ \hline \end{array}$
------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------

а) $\begin{array}{r} 4867 \\ - 1252 \\ \hline \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 142144 \\ - 11295 \\ \hline \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 142144 \\ - 11109 \\ \hline \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 80000 \\ - 17417 \\ \hline \end{array}$	д) $\begin{array}{r} 18435 \\ - 11097 \\ \hline \end{array}$
------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------

21. Объясните с теоретико-множественных позиций, почему задача решается умножением:

а) «На каждое из трёх пальто пришили по 4 пуговицы. Сколько всего пуговиц пришили?»

б) «На каждой из четырёх клумб растёт по 8 тюльпанов. Сколько всего тюльпанов на 4-х клумбах?»

22. Объясните с теоретико-множественных позиций, почему задача решается делением:

а) «Учительница раздала 12 тетрадей ученикам, по 3 тетради каждому. Сколько учеников получили тетради?»

б) «Учительница раздала 12 тетрадей трём ученикам поровну. Сколько тетрадей получил каждый ученик?»

23. Объясните, с какой целью детям предлагаются следующие задания:

а). Замените, где возможно, сумму произведением:

$$\begin{array}{ll} 3+3+3+3 & 18+19+20 \\ 4+4+5 & 7+7+7+7+7+7 \end{array}$$

б). Сравните:

$$\begin{array}{ll} 4 \cdot 7 * 4+4+4+4+4+4 & 8 \cdot 3 * 8 \cdot 4 \\ 15 \cdot 2 * 15+15 & 9+9+9 * 9 \cdot 4 \end{array}$$

24. В какой последовательности (по какому плану) происходит изучение действий умножения и деления?

25. Какие случаи умножения и деления относят к внетабличным?

26. Объясни разные способы решения:

а) $7 \cdot (4 \cdot 3) = 7 \cdot 12 = 84$

б) $7 \cdot (4 \cdot 3) = (7 \cdot 4) \cdot 3 = 28 \cdot 3 = 84$

в) $7 \cdot (4 \cdot 3) = (7 \cdot 3) \cdot 4 = 21 \cdot 4 = 84$

Как называется это свойство умножения?

27. Как используется сочетательное свойство умножения при выполнении заданий:

а) Вычисли результат удобным способом:

$$18 \cdot (5 \cdot 7) \quad 29 \cdot (2 \cdot 5) \quad 35 \cdot (2 \cdot 7) \quad 17 \cdot (4 \cdot 10)$$

$$25 \cdot (9 \cdot 4) \quad 15 \cdot (3 \cdot 6) \quad 16 \cdot (9 \cdot 5) \quad 36 \cdot (10 \cdot 2)$$

б) Объясни приём вычисления:

$$14 \cdot 30 = 14 \cdot (3 \cdot 10) = (14 \cdot 3) \cdot 10 = 42 \cdot 10 = 420$$

$$15 \cdot 12 = 15 \cdot (4 \cdot 3) = (15 \cdot 4) \cdot 3 = 60 \cdot 3 = 180$$

в) Вставь числа в «окошки», чтобы получились верные равенства:

$$(8 \cdot 3) \cdot \square = 48 \quad 3 \cdot (\square \cdot \square) = 12$$

$$8 \cdot (3 \cdot \square) = 48 \quad 4 \cdot (\square \cdot \square) = 8$$

28. Какое свойство умножения использовано при решении примеров:

а) $4 \cdot (10+2) = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 2 = 40 + 8 = 48$

б) $3 \cdot (20+5) = 3 \cdot 20 + 3 \cdot 5 = 60 + 15 = 75$

в) $12 \cdot (100+3) = 12 \cdot 100 + 12 \cdot 3 = 1200 + 36 = 1236$

29. Объясните решение примеров:

$$20 \cdot 4, 80 : 2, 23 \cdot 4, 17 \cdot 5, 69 : 3, 92 : 4, 80 : 20, 60 : 15.$$

Какие правила используются при решении каждого примера?

30. Объясни решение примеров:

$$\begin{array}{r} 236 \\ \times \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ \times \quad 21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 506 \\ \times \quad 43 \\ \hline \end{array}$$

31. В каком порядке изучаются умножение и деление многозначных чисел?

32. Реши примеры с объяснением:

$$\begin{array}{r} 421 \\ \times \quad 305 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 316 \\ \times \quad 240 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3740 \\ \times \quad 206 \\ \hline \end{array}$$

33. Выполни деление «столбиком»:

$$2916 : 6$$

$$22720 : 4$$

$$65325 : 5$$

$$12750 : 30$$

$$81120 : 20$$

$$27904 : 64$$

$$4042 : 47$$

$$37294 : 643$$

34. Объясни действия над именованными числами:

$$280 \text{руб.} : 35$$

$$57 \text{руб.} \cdot 60 \text{коп.} : 48 \text{коп.}$$

$$5 \text{т} \cdot 674 \text{кг} : 3$$

$$45 \text{км} \cdot 230 \text{м} : 61$$

Контрольная работа по ТОНКМ с методикой преподавания №3.

Контрольная работа по ТОНКМ с методикой преподавания №6

1 вариант

1. Каковы основные задачи изучения нумерации чисел, больших 1000?

Назовите основные наглядные пособия, используемые при изучении нумерации многозначных чисел.

2. Дайте полную характеристику многозначного числа: 456 065.

3. Расположите примеры в той последовательности, в которой они изучаются. Выполните действия. Объясните решение одного из примеров:

а) 2765	б) 64121	в) 12427	г) 12437	д) 5124
+ 3487	+ 5235	+16121	+16198	+3176

2 вариант

1. Приведите фрагмент урока по изучению нумерации многозначных чисел.

2. Дайте полную характеристику многозначного числа: 290 089

3. Расположите примеры в той последовательности, в которой они изучаются. Выполните действия. Объясните решение одного из примеров:

а) 4867	б) 142144	в) 142144	г) 80000	д) 18435
-1252	- 11295	- 11109	-17417	- 11097

Контрольная работа по ТОНКМ с методикой преподавания №7

1 вариант

1. Объясните с теоретико-множественных позиций, почему задача решается умножением:

а) «На каждое из трёх пальто пришили по 4 пуговицы. Сколько всего пуговиц пришили?»

2. Объясните с теоретико-множественных позиций, почему задача решается делением:

«Учительница раздала 12 тетрадей трём ученикам поровну. Сколько тетрадей получил каждый ученик?»

3. Объясните, с какой целью детям предлагаются следующие задания:

а). Замените, где возможно, сумму произведением:

$3+3+3+3$	$18+19+20$
$4+4+5$	$7+7+7+7+7+7$

б). Сравните:

$4 \cdot 7 * 4+4+4+4+4+4$	$8 \cdot 3 * 8 \cdot 4$
$15 \cdot 2 * 15+15$	$9+9+9 * 9 \cdot 4$

4. В какой последовательности (по какому плану) происходит изучение действий умножения и деления?

2 вариант

1. Объясните с теоретико-множественных позиций, почему задача решается умножением:

«На каждой из четырёх клумб растёт по 8 тюльпанов. Сколько всего тюльпанов на 4-х клумбах?»

2. Объясните с теоретико-множественных позиций, почему задача решается делением:

а) «Учительница раздала 12 тетрадей ученикам, по 3 тетради каждому. Сколько учеников получили тетради?»

3. Объясните, с какой целью детям предлагаются следующие задания:

а). Замените, где возможно, сумму произведением:

$3+3+3+3$	$18+19+20$
$4+4+5$	$7+7+7+7+7+7$

б). Сравните:

$4 \cdot 7 * 4+4+4+4+4+4$	$8 \cdot 3 * 8 \cdot 4$
$15 \cdot 2 * 15+15$	$9+9+9 * 9 \cdot 4$

4. В какой последовательности (по какому плану) происходит изучение действий умножения и деления?

Контрольная работа по ТОНКМ с методикой преподавания №8

1 вариант

1. Какие случаи умножения и деления относят к внетабличным?

2. Объясни разные способы решения:

а) $7 \cdot (4 \cdot 3) = 7 \cdot 12 = 84$

б) $7 \cdot (4 \cdot 3) = (7 \cdot 4) \cdot 3 = 28 \cdot 3 = 84$

в) $7 \cdot (4 \cdot 3) = (7 \cdot 3) \cdot 4 = 21 \cdot 4 = 84$ Как называется это свойство умножения?

3. Как используется сочетательное свойство умножения при выполнении заданий:

а) Объясни приём вычисления:

а) $14 \cdot 30 = 14 \cdot (3 \cdot 10) = (14 \cdot 3) \cdot 10 = 42 \cdot 10 = 420$

$15 \cdot 12 = 15 \cdot (4 \cdot 3) = (15 \cdot 4) \cdot 3 = 60 \cdot 3 = 180$

б) Вставь числа в «окошки», чтобы получились верные равенства:

$(8 \cdot 3) \cdot \square = 48$

$3 \cdot (\square \cdot \square) = 12$

$8 \cdot (3 \cdot \square) = 48$

$4 \cdot (\square \cdot \square) = 8$

4. Какое свойство умножения использовано при решении примеров:

а) $4 \cdot (10 + 2) = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 2 = 40 + 8 = 48$

б) $3 \cdot (20 + 5) = 3 \cdot 20 + 3 \cdot 5 = 60 + 15 = 75$

в) $12 \cdot (100 + 3) = 12 \cdot 100 + 12 \cdot 3 = 1200 + 36 = 1236$?

5. Объясните решение примеров:

$20 \cdot 4$, $80 : 2$, $23 \cdot 4$, $17 \cdot 5$, $69 : 3$, $92 : 4$,

Какие правила используются при решении каждого примера?

2 вариант

1. Какие случаи умножения и деления относят к внетабличным?

2. Объясни разные способы решения:

а) $7 \cdot (4 \cdot 3) = 7 \cdot 12 = 84$

б) $7 \cdot (4 \cdot 3) = (7 \cdot 4) \cdot 3 = 28 \cdot 3 = 84$

в) $7 \cdot (4 \cdot 3) = (7 \cdot 3) \cdot 4 = 21 \cdot 4 = 84$ Как называется это свойство умножения?

3. Как используется сочетательное свойство умножения при выполнении заданий:

а) Вычисли результат удобным способом:

$18 \cdot (5 \cdot 7)$ $29 \cdot (2 \cdot 5)$ $35 \cdot (2 \cdot 7)$ $17 \cdot (4 \cdot 10)$

$25 \cdot (9 \cdot 4)$ $15 \cdot (3 \cdot 6)$ $16 \cdot (9 \cdot 5)$ $36 \cdot (10 \cdot 2)$

б) Вставь числа в «окошки», чтобы получились верные равенства:

$(8 \cdot 3) \cdot \square = 48$

$3 \cdot (\square \cdot \square) = 12$

$8 \cdot (3 \cdot \square) = 48$

$4 \cdot (\square \cdot \square) = 8$

4. Какое свойство умножения использовано при решении примеров:

$3 \cdot (20 + 5) = 3 \cdot 20 + 3 \cdot 5 = 60 + 15 = 75$

$12 \cdot (100 + 3) = 12 \cdot 100 + 12 \cdot 3 = 1200 + 36 = 1236$?

5. Объясните решение примеров:

$20 \cdot 4$, $80 : 2$, $23 \cdot 4$, $17 \cdot 5$, $80 : 20$, $60 : 15$.

Какие правила используются при решении каждого примера?

Контрольная работа по ТОНКМ с методикой преподавания №9

1. В каком порядке изучаются умножение и деление многозначных чисел?

2. Реши примеры с объяснением:

$$\begin{array}{r} 421 \\ \times 305 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 316 \\ \times 240 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3740 \\ \times 206 \\ \hline \end{array}$$

3. Выполни деление «столбиком»:

2916:6	22720:4	65325:5	12750:30
81120:20	27904:64	4042:47	37294:643

4. Объясни действия над именованными числами:

280руб. : 35	57руб. 60коп. : 48коп.
5т 674кг · 3	45км 230м · 61

Тема 4.4. Обучение решению текстовых задач.

1. Что понимается под текстовой задачей? Что значит решить задачу? Какова роль текстовых задач в начальном курсе математики?
2. Перечислите структурные элементы текстовой задачи.
3. Назовите и охарактеризуйте этапы, составляющие модель методической деятельности учителя в процессе обучения решению текстовых задач.
4. О развитии каких ключевых компетенций можно говорить при работе над задачей и какое действие они оказывают на общее развитие младших школьников?
5. Найдите в различных учебниках математики для начальных классов задачи, для решения которых используется схематическое моделирование условия задачи.
6. Какие задачи называют простыми? Составными?
7. Назовите виды простых задач, решаемых действием сложения.
8. Приведите фрагмент урока по ознакомлению учащихся с задачами на нахождение суммы двух чисел (неизвестного слагаемого, на увеличение числа на несколько единиц).
9. Охарактеризуйте деятельность учителя при ознакомлении с задачами на вычитание (нахождение остатка, неизвестного вычитаемого, разностное сравнение двух чисел, уменьшение числа на несколько единиц).
10. Проведите анализ обучения решению простых задач в различных учебниках математики.
11. Назовите виды простых задач на умножение и деление.
12. Какую подготовительную работу следует провести перед решением задачи на кратное сравнение чисел?
13. Определите вид задачи. Составьте для неё две обратные задачи, назовите их вид, объясните работу с учащимися:
 - а) На стройку привезли 46 досок. Из них 19 израсходовали на настил полов. Сколько досок осталось?
 - б) Велосипедист проехал 120км за 4 часа. Какова скорость велосипедиста?
14. Какие задачи относят к задачам на движение? Какую подготовительную работу следует провести с учащимися при формировании понятия «скорость»?
15. Охарактеризуйте деятельность учителя при ознакомлении с составными задачами (задачи в два действия).
16. Подберите в учебнике математики задачу в два действия и опишите два вида анализа для этой задачи. Какой способ рациональнее?

4.5. Числовые функции.

1. Дайте определение числовой функции. Что вы понимаете под областью определения функции? Назовите способы задания функции.
2. Найдите область определения функции:
 - а) $y=15x+34$;
 - б) $y=(x+7)/(3x-9)$;
 - в) $y=\sqrt{x^2-16}$
3. Дайте определение прямой пропорциональности; обратной пропорциональности; назовите их свойства.

4. Определите вид зависимости между скоростью и расстоянием, временем и расстоянием, скоростью и временем в задачах на движение.

5. Приведите примеры задач из начального курса математики с пропорциональной зависимостью между величинами.

Тема 4.6. Обучение решению задач с пропорциональными величинами.

1. Назовите виды задач с пропорциональными величинами и приведите пример задачи такого вида.

2. Охарактеризуйте деятельность учителя по подготовке к решению задач на нахождение четвёртого пропорционального.

3. Составьте и сформулируйте задачу на пропорциональное деление. Какую вспомогательную модель целесообразно использовать для записи краткого условия этой задачи?

4. Объясните методику работы при ознакомлении учащихся с задачами на нахождение неизвестного по двум разностям.

5. Определите вид задачи. Преобразуйте её в задачи других видов:

«За 15 м ткани уплатили 450 руб. Сколько метров такой же ткани можно купить на 900 руб.?»

6. Какими способами можно решить задачу: «12 кг варенья разложили в 6 банок поровну. Сколько надо таких банок, чтобы разложить 24 кг варенья?»
Какой способ рациональнее?

7. Найдите в учебниках 3-4 классов задачи на нахождение четвёртого пропорционального, пропорциональное деление, нахождение неизвестного по двум разностям. Решите эти задачи. Используйте разные виды вспомогательных моделей для наглядного представления условия задач.

Тема 4.7. Натуральное число как мера величины.

1. Дайте понятие скалярной величины. Какие величины называют однородными?

Какие действия можно производить над однородными величинами? Приведите примеры.

2. В чём заключается смысл измерения величины?

3. Назовите величину, единицу её измерения, численное значение:

8 м; 4,6 кг; 9 л; 84 м², 28 га; 460 руб.

4. Объясните, о каких величинах и их единицах измерения идёт речь в следующей задаче:

«Мама купила 3 кг моркови и 5 кг картофеля, а яблок в 2 раза больше, чем моркови. Сколько всего кг овощей купила мама? Сколько кг яблок она купила?»

Какие действия над величинами выполняются в процессе решения задачи?

Тема 4.8. Изучение величин в начальной школе

1. Какую проблемную ситуацию можно использовать на уроке ознакомления с длиной? С массой?

2. Какими способами можно сравнить площади двух предметов, не прибегая к вычислениям?

3. Какими знаниями должен обладать ученик, выполняя задание:

Сравните:

а) 250 кг и 3 ц б) 48 дм и 480 см в) 22 кв. м и 20 000 кв. см г) 3 сут. и 80 ч

4. Что такое палетка и как ею пользоваться?

Тема 4.9. Отношения на множестве

1. Приведите примеры отношений на множестве натуральных чисел.

2. На множестве $X = \{1, 2, 4, 6, 8, 12\}$ заданы отношения «больше» и «кратно». Задайте эти отношения парами, постройте их графы, определите свойства. Являются ли эти отношения отношениями эквивалентности? порядка?

3. Найдите наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель чисел 660 и 724 и проверьте правильность результатов с помощью формулы, связывающей НОК и НОД.

5.2 Итоговый контроль

Вопросы к экзамену по ТНКМ с методикой (3 курс ОПНК)

1. Методика преподавания математики как учебный предмет.
2. Госстандарты 2-го поколения для начальных классов. Содержание обязательного минимума образования.
3. Структура построения курса математики начальной школы.
4. Средства обучения математике. Оснащение учебного процесса.
5. Выполнение сравнительного анализа вариантов образовательных программ по математике для начальной школы
6. Урок как развивающая форма организации учебного процесса. Требования к современному уроку.
7. Особенности урока математики в начальной школе. Виды уроков.
8. Внеклассная работа по математике.
9. Домашняя работа по математике.
10. Понятие отрезка натурального ряда, конечного множества. Счёт.
11. Теоретико-множественный смысл натурального числа и нуля.
12. Позиционные и непозиционные системы счисления. Понятие о десятичной системе счисления.
13. Понятие соответствия. Способы задания соответствий. Взаимно-однозначные соответствия.
13. Методика работы в подготовительной (дочисловой) период.
14. Изучение нумерации чисел 1-10.
15. Изучение нумерации чисел 11-20.
16. Изучение нумерации чисел 21-100.
17. Изучение нумерации чисел в концентре «Тысяча».
18. Изучение нумерации многозначных чисел.
19. Теоретико-множественный смысл сложения.
20. Теоретико-множественный смысл вычитания.
21. Методика изучения сложения и вычитания в пределах 10.
22. Сложение и вычитание в концентре «Сотня».
23. Сложение и вычитание в концентре «Тысяча».
24. Письменные приёмы сложения и вычитания многозначных чисел.
25. Теоретико-множественный смысл произведения двух целых неотрицательных чисел.
26. Теоретико-множественный смысл частного.
27. Конкретный смысл умножения и деления.
28. Методика изучения табличного умножения и деления.
29. Формирование навыков внетабличного умножения и деления.
30. Письменные приёмы умножения многозначных чисел.
31. Письменные приёмы деления многозначных чисел.
32. Понятие простой и составной задачи. Общие вопросы работы над задачей.
33. Методика работы над простыми задачами на сложение и вычитание.
34. Методика работы над простыми задачами на умножение и деление.
35. Методика ознакомления с составными задачами. Два вида анализа задачи.
36. Понятие функции. Прямая и обратная пропорциональность.

Вопросы к экзамену по ТНКМ с методикой (4 курс ОПНК)

1. Методика ознакомления учащихся с понятием зависимости между величинами (цена, количество, стоимость; скорость, время, расстояние).
2. Простые задачи на движение.
3. Методика решения задач на нахождение 4-ой пропорциональной величины.
4. Методика решения задач на пропорциональное деление.
5. Методика решения задач на нахождение неизвестных по двум разностям.
6. Методика решения составных задач на движение.
7. Понятие положительной скалярной величины и её измерение.
8. Смысл натурального числа, полученного в результате измерения величин.
9. Смысл суммы и разности натуральных чисел, полученных в результате измерения величин.
10. Смысл произведения и частного натуральных чисел, полученных в результате измерения величин.
11. Величины, изучаемые в курсе математики начальной школы. Длина и её измерение.
12. Ознакомление младших школьников с понятиями «масса тел» и «ёмкость». Единицы измерения массы и их соотношение.
13. Методика изучения площади геометрических фигур. Единицы измерения площади и их соотношение.
14. Методика формирования временных представлений в НКМ. Единицы времени и их соотношение.
15. Понятие бинарного отношения на множестве. Свойства отношений.
16. Отношения эквивалентности и порядка.
17. Отношение делимости и его свойства. Простые и составные числа.
18. Признаки делимости.
19. Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель.
20. Простые числа. Способы нахождения НОД и НОК.
21. Понятие дроби.
22. Положительные рациональные числа.
23. Множество положительных рациональных чисел как расширение множества натуральных чисел.
24. Запись положительных рациональных чисел в виде десятичных дробей. Действительные числа.
25. Формирование у учащихся представление о доле, дроби. Сравнение дробей.
26. Решение задач на нахождение доли (дроби) числа и числа по его доле (дроби).
27. Методика изучения числовых выражений, числовых равенств и неравенств.
28. Методика изучения выражений с одной и двумя переменными.
29. Методика обучения решению уравнений, задач с помощью составления уравнений.
30. Формирование понятий «линия», «прямая линия», «отрезок» в соответствии с существующими программами обучения.
31. Формирование понятий «угол», «многоугольник».
32. Ознакомление учащихся с кругом, окружностью и их элементами.
33. Что такое развивающее обучение? Альтернативные программы обучения по математике.
34. Формирование приёмов умственных действий анализа, синтеза.
35. Формирование приёмов классификации, аналогии, сравнения.

Итоговый контроль по МДК

Рассмотрено на заседании ПЦК
от «__» _____ 2020г.

Утверждаю
Зам. директора по УР

Председатель ПЦК
_____ Османова М. С.

_____ Бурняшова Т. В.
«__» _____ 2020 г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

Инструкция по выполнению задания:

1. Внимательно прочитайте задание. Подготовьте рабочее место для выполнения заданий.
2. Вы можете воспользоваться текстом ФГОС НОО, Программой по математике для НОО для разных УМК и дидактических систем, учебниками по математике для начальной школы вариативных УМК и дидактических систем.
3. **Время выполнения заданий: 40**
4. минут.

Задания

1. Определите цели (образовательную, развивающую, воспитательную) и задачи урока математики в 1 классе по теме «**Ознакомление с задачами в два действия**». Выделите УУД, которые можно формировать, укажите методическую литературу и другие источники информации, необходимые для подготовки к уроку, обоснуйте соблюдение санитарно-гигиенических норм.
2. Составьте конспект урока по заданной теме на основе технологии проблемно-диалогового обучения по схеме: педагогическая деятельность учителя; учебная деятельность ученика, выделите этапы урока и формируемые УУД.
3. Смоделируйте фрагмент основного этапа урока, используя возможности ИКТ. Укажите другие средства организации деятельности учащихся на этом этапе, позволяющие реализовать на уроке задачу создания предметно-развивающей среды.
4. Проведите методический анализ конспекта урока, обосновав определение целей и задач урока математики, планирование его этапов с учетом особенностей учебного предмета, возраста, класса, отдельных обучающихся и в соответствии с санитарно-гигиеническими нормами. Укажите возможные корректировки в реальном педагогическом процессе.

5. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МДК

Основные источники

1. Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций / А.В. Белошистая. - М.: ВЛАДОС, 2007. - 435 с.
2. Григорьев С.Г., Задулина С.В. Математика. – М.: Академия, 2009. – 384 с.
3. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. Учебное пособие для студентов факультетов начальных классов и педучилищ / Н.Б. Истомина. – М.: Линка-Пресс, 2005. – 272 с.
4. Новик И.А. Практикум по методике обучения математике. - М.: Дрофа. 2008. – 240 с.
5. Стойлова Л.Б. Математика. – М.: Академия, 2007. – 432 с.

Дополнительные источники

1. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах: Учеб. пособие для учащихся школ, отделений пед.уч-щ / Под ред. М.А. Бантовой- 3-е изд., испр. - М.: Просвещение, 1984. – 335 с.
2. Белошистая А.В. Уроки математики в начальной школе: Ростов-на-Дону: Феникс, 2005 – 212 с.
3. Теоретические основы методики обучения математике в начальных классах: пособие для студентов-заочников факультетов начальных классов / Под ред. Н.Б. Истоминой. - М.: Институт практической психологии, 1996. – 224 с.
4. Учебники и программы по математике для начальной школы и методические указания к ним.

Интернет – ресурсы:

1. www.prosv.ru/attachmenh.aspx?Id=9835 (УМК «Школа России»)
2. <http://standart.edu.ru/catachment.aspx?catalogId=223> (сайт «Федеральный государственный образовательный стандарт»)
3. [http:// www. Shool. edu.ru](http://www.Shool.edu.ru) –Российский общеобразовательный портал
4. [http:// www. Pedlib. ru/](http://www.Pedlib.ru/)- педагогическая библиотека
5. [http:// www.inter-pedagogika.ru](http://www.inter-pedagogika.ru) - сайт создан для преподавателей, родителей и студентов.