**ЕН.01 Математика**

**Текстовая задача и процесс ее решения**

План:

1. Решение задач «на части»

2. Решение задач на движение

3. Основные выводы

**Решение задач «на части»**

Само название вида задач говорит о том, что рассматриваемые в них величины состоят из частей. В некоторых из них части представ­лены явно, в других эти части надо суметь выделить, приняв подхо­дящую величину за 1 часть и определив, из скольких таких частей состоят другие величины, о которых идет речь в задаче.

При решении таких задач арифметическим методом чаше всего ис­пользуют вспомогательные модели, выполненные с помощью отрез­ков или прямоугольников.

Задача 1. Для варки варенья из вишни на 2 части ягод берут 3 части сахара. Сколько сахара надо взять па 10 кг ягод?

Решение. В задаче речь идет о массе ягод и массе сахара, необхо­димых для варки варенья. Известно, что всего ягод 10 кг и что на 2 части ягод надо брать 3 части сахара. Требуется найти массу сахара, чтобы сварить варенье из 10 кг ягод.

Изобразим при помощи отрезка данную массу ягод. Тогда половина этого отрезка представляет собой массу ягод, которая приходится на 1 часть.

В 10 кг

С ?

Сахара, по условию задачи, надо 3 таких части. Запишем решение по действиям с пояснением:

1) 10:2 = 5 (кг) - столько килограммов ягод приходится на каждую часть;

2) 5 ×3 = 15 (кг) - столько надо взять сахара.
Вспомогательную модель к данной задаче можно было выполнить при помощи прямоугольников.

10 кг ?

Задача 2. В первой пачке было на 10 тетрадей больше, чем во вто­рой. Всего было 70 тетрадей. Сколько тетрадей было в каждой пачке?

Решение. В задаче рассматриваются две пачки тетрадей. Всего тетра­дей 70. В одной пачке тетрадей на 10 больше, чем во второй. Требуется узнать, сколько тетрадей было в каждой пачке.

Изобразим при помощи отрезка количество тетрадей во второй пачке. Тогда тетради в первой пачке можно представить в виде отрезка, который больше второго. Если тетради

во второй пачке составляют 1 часть всех тетрадей, то тетради в пер­вой составляют также 1 часть и еще 10 тетрадей.

Если эти 10 тетрадей убрать из первой пачки, то в пачках тетрадей станет поровну - столько, сколько во второй пачке.

Запишем решение задачи по действиям с пояснением.

1) 70-10 = 60 (тетр.) - столько тетрадей приходится на 2 равные части, или столько было бы тетрадей в двух пачках, если бы их было поровну - столько, сколько во второй пачке.

2) 60:2 = 30 (тетр.) - столько тетрадей приходится на 1 часть, или столько тетрадей было во второй пачке.

3) 30 +10 — 40 (тетр.) - столько тетрадей было в первой пачке.
Вспомогательная модель подсказывает и второй способ решения данной задачи. Если за I часть принять тетради в первой пачке, то чтобы во второй стало столько же, надо к ней добавить 10 тетрадей. И тогда решение будет таким:

1) 70+10 = 80 (тетр.)

2) 80:2 = 40 (тетр.)

3) 40-10 = 30 (тетр.)

Существует и третий арифметический способ решения данной за­дачи. Разделим 10 тетрадей пополам и одну половину оставим к пер­вой пачке, а другую добавим во вторую. Тогда тетрадей в пачках ста­нет поровну и можно, разделив 70 на 2 равные части, узнать, сколько тетрадей в каждой такой пачке, а затем их первоначальное количество в каждой пачке.

1) 10:2 = 5 (тетр.) - столько тетрадей надо переложить из первой
пачки во вторую, чтобы в них тетрадей стало поровну.

2) 70:2 = 35 (тетр.) - столько тетрадей в каждой пачке, если из первой переложить во вторую 5 тетрадей.

3) 35 + 5 = 40 (гетр.) - столько тетрадей в первой пачке.

4) 35-5 = 30 (тетр.) - столько тетрадей во второй пачке.
Задача 3. Сумма двух чисел 96, а разность 18. Найдите эти числа.
Решение. В этой задаче требуется найти два числа по их сумме и разности. Так как разность искомых чисел равна 18, то одно число больше другого на 18. Получаем задачу, аналогичную задаче 2: «Одно число больше другого па 18. Сумма чисел равна 96. Найти эти числам Решить ее можно тремя арифметическими способами.

Задача 4. В двух кусках ткани одинаковое количество материи. После того как от одного куска отрезали 18 м, а от другого 25 м, в первом куске осталось вдвое больше ткани, чем во втором. Сколько метров ткани было в каждом куске первоначально?

Решение. Объекты задачи - два куска ткани одинаковой длины От первого отрезали 18 м, от второго 25 м. После этого в первом осталось вдвое больше ткани, чем во втором. Требование задачи - найти первоначальное количество метров ткани в каждом куске.

Изобразим куски ткани при помощи отрезков одинаковой длины, а затем покажем на них то количество ткани, которое отрезали

|  |
| --- |
| 18 м |

|  |
| --- |
| I |

|  |
| --- |
| https://konspekta.net/lektsiacom/baza4/20178686776.files/image050.jpg |

|  |
| --- |
| II |

|  |
| --- |
| Рис. 48 |

и которое осталось. Если количе­ство ткани, которое осталось во втором куске, - это 1 часть, то количество оставшейся ткани в первом куске - это 2 таких части По чертежу (рис. 48) видно, что на 1 часть приходится количество ткани, которое легко найти. Запишем найденное решение по действиям:

1) 25-18 = 7 (м) - на столько больше ткани отрезали от второго
куска, или количество ткани, которое осталось во втором куске

2) 7 + 25 -- 32 (м) - столько ткани было первоначально во втором
куске (и, следовательно, в первом) куске.

**Упражнения**

1. Изобразите при помощи отрезков ситуации:

а) купили *р*кг яблок, а груш на 1 кг больше;

б) купили *р*кг яблок, а груш в 2 раза больше.

Какими могут быть требования к данным ситуациям? Для каждо­го случая постройте модель и обозначьте на ней требования.

2. Решите следующие задачи, построив на этапе анализа вспомогательные модели; решение запишите по действиям с пояснением:

а) Мама дала трем девочкам 12 конфет и предложила разделить их так, чтобы младшая получила в 3 раза, а средняя в 2 раза больше старшей. Сколько конфет достанется каждой?

б) На двух тарелках лежало 9 яблок. Когда с одной тарелки взяли одно яблоко, то на этой тарелке осталось яблок в 3 раза больше, чем на другой. Сколько яблок было на каждой тарелке?

в) У моего брата было в 6 раз больше орехов, чем у меня. После того как он отдал 10 орехов сестре, у нас орехов стало поровну. Сколько орехов было у меня и у брата первоначально?

г) Полсотни яблок разложили в корзину и два пакета. В корзину положили на 14 яблок больше, чем в каждый пакет. Сколько яблок в корзине и в пакете?

д) Школьник прочитал 18 страниц за три дня. Если бы он в первый день прочитал на одну страницу больше, а во второй день на 4 страницы меньше, то каждый день он читал бы поровну. По сколько стра­ниц читал школьник каждый день?

**Решение задач на движение**

Движение является темой для самых разнообразных задач, в том числе и для задач на части. Но наряду с этим существует и самостоя­тельный тип задач на движение. Он объединяет такие задачи, которые решаются па основании зависимости между тремя величинами, харак­теризующими движение: скоростью, расстоянием и временем. Во всех случаях речь идет о равномерном прямолинейном движении.

Итак, движение, рассматриваемое в текстовых задачах, характери­зуют три величины: пройденный путь (*s*), скорость *(v),*время (*t*); ос­новное отношение (зависимость) между ними: *s*= *v ∙ t.*

Рассмотрим особенности решения основных видов задач на дви­жение.

Задачи на встречное движение двух тел

Пусть движение первого тела характеризуется величинами *s₁, v₁, t₁*, движение второго - *s₂, v₂, t₂*, *.*Такое движение можно представить на схематическом чертеже (рис. 50):



Рис. 50

Если два объекта начинают движение одновременно навстречу друг другу, то каждое из них с момента выхода и до встречи затрачивает одинаковое время, т.е. *t₁, = t₂ = t вапр.*

Расстояние, на которое сближаются движущиеся объекты за еди­ницу времени, называется скоростью сближения, т.е. *vсбл. = v ₁+ v₂.*

Все расстояние, пройденное движущимися телами при встречном движении, может быть подсчитано по формуле: *s = vсбл.∙ t вапр*

Задача 1. Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км. Скорость одного из них 5 км/ч, а другого - 4 км/ч. Через сколько часов они встретились?

Решение. В задаче рассматривается движение навстречу друг
другу двух пешеходов. Один идет со скоростью 5 км/ч, а другой -
4 км/ч. Путь, который они должны пройти, 18 км. Требуется найти время, через которое

|  |
| --- |
| https://konspekta.net/lektsiacom/baza4/20178686776.files/image054.jpg |

они встретятся, начав движение одновременно. Вспомогательные модели,
если они нужны, могут быть разными - схематический чертеж
(рис. 51) или таблица.

Поиск плана решения в данном случае удобно вести, рассуждая от данных к вопросу. Так как ско­рости пешеходов известны, можно найти их скорость сближения. Зная скорость сближения пешеходов и все расстояние, которое им надо пройти, можем найти время, через которое пешеходы встретятся. Запишем решение задачи по действиям:

1)5+ 4 = 9 (км/ч)

2) 18:9 = 2(ч) Таким образом, пешеходы встретятся через 2 ч от начала движения.

Задача 2. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 600 км, и через 5 ч встретились. Один их них ехал быстрее другого на 16 км/ч. Опреде­лите скорости автомобилей.

Решение. В задаче рассматривается движение навстречу друг другу двух автомобилей. Известно, что движение они начали одновременно и встретились через 5 часов. Скорости автомобилей различны один ехал быстрее другого на 16 км/ч. Путь, который проехали автомобили -600 км. Требуется определить скорости движения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | *s* | *v* | *t* |
| I II | 600 км | ? ? на 16 км/ч больше | 5 ч 5 ч |

Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть различ­ными: схематический чертеж (рис. 52) или таблица.

Поиск плана решения задачи будем вести, рассуждая от дан­ных к вопросу. Так как известно все расстояние и время встречи, можно найти скорость сближе­ния автомобилей. Затем, зная, что скорость одного на 16 км/ч больше скорости другого, можно найти скорости автомобилей. При этом можно воспользоваться вспомогательной моделью.

Запишем решение:

1) 600:5= 120 (км/ч) – скорость сближения автомобилей

2) 120 - 16 = 104 (км/ч) – скорость сближения, если бы скорость автомобилей была одинаковой

3) 104:2 =52 (км/ч) – скорость первого автомобиля.

4) 52 + 16 = 68 (км/ч) – скорость второго автомобиля.

Есть и другие арифметические способы решения данной задачи, вот два из них.

1) 600:5= 120 (км/ч) 1) 16-5 = 80 (км)

2) 120 + 16 = 136 (км/ч) 2) 600 - 80 = 520 (км)

3) 136:2 = 68 (км/ч) 3) 520:2 = 260 (км)

4) 68 -16 = 52 (км/ч) 4) 260:5 = 52 (км/ч)

5)52+ 16 = 68 (км/ч)

Дайте устные пояснения к выполненным действиям и попытайтесь найти другие способы решения данной задачи.

*Задачи на движение двух тел в одном направлении*

Среди них следует различать два типа задач:

1) движение начинается одновременно из разных пунктов;

2) движение начинается в разное время из одного пункта.

Рассмотрим случай, когда движение двух тел начинается одновре­менно в одном направлении из разных пунктов, лежащих на одной прямой. Пусть движение первого тела характеризуется величинами *s₁, v₁, t₁*, движение второго - *s₂, v₂, t₂*, *.*

Такое движение можно представить на схематическом чертеже

Если при движении в одном направлении первое тело догоняет второе, то *v₁ > v₂.*Кроме того, за единицу времени первый объект приближается к другому на расстояние

*v₁ - v₂..*Это расстояние назы­вают скоростью сближения: *vсбл. = v₁ - v₂..*

Расстояние *s ,*представляющее длину отрезка АВ, находят по фор­мулам:

*s = s₁ - s₂ и s = vсбл. ∙ tвстр.*

Задача 3. Из двух пунктов, удаленных друг от друга на 30 км, выехали одновременно в одном направлении два мотоциклиста. Ско­рость одного - 40 км/ч, другого - 50 км/ч. Через сколько часов второй мотоциклист догонит первого?

Решение. В задаче рассматривается движение двух мотоцикли­стов. Выехали они одновременно из разных пунктов, находящихся на расстоянии 30 км. Скорость одного 40 км/ч, другого - 50 км/ч. Требует­ся узнать, через сколько часов второй мотоциклист догонит первого.

Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть разными: схематический чертеж или таблица.

Сравнение скоростей мотоцик­листов говорит о том, что в тече­ние часа первый мотоциклист при­ближается ко второму на 10 км Расстояние, которое ему надо пройти до встречи со вторым, на 30 км больше, чем расстояние, ко­торое за такое же время пройдет второй мотоциклист. Поэтому первому потребуется столько времени, сколько раз 10 км укладываются в 30 км. Запишем решение задачи по действиям:

1) 50 - 40 = 10 (км/ч) - скорость сближения мотоциклистов

2) 30:10 = 3 (ч) - за это время первый мотоциклист догонит второго.
Наглядно этот процесс представлен на рисунке 56, где единичный отрезок изображает расстояние, равное 10 км.

40 км/ч



Задача 4. Всадник выезжает из пункта А и едет со скоростью 12 км/ч; в это же время из пункта В, отстоящего от А на 24 км, вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Оба движутся в одном направлении На каком расстоянии от В всадник догонит пешехода?

Решение. В задаче рассматривается движение в одном направле­нии всадника и пешехода. Движение началось одновременно из раз­ных пунктов, расстояние между которыми 24 км, и с разной скоро­стью: у всадника - 12 км/ч, у пешехода - 4 км/ч. Требуется узнать рас­стояние от пункта, из которого вышел пешеход, до момента встречи всадника и пешехода.

 Вспомогательные модели: схе­матический чертеж (рис. 57) или таблица.

|  |
| --- |
| 24 км |

Чтобы ответить на вопрос зада­чи, надо найти время, которое будет находиться в пути пешеход или всадник, - время их движения до встречи одинаковое. Как найти это время, подробно рассказано в пре­дыдущей задаче. Поэтому, чтобы от­ветить на вопрос задачи, необходи­мо выполнить следующие действия:

1) 12-4 = 8 (км/ч) - скорость сближения всадника и пешехода.

2) 24:8 = 3 (ч) - время, через которое всадник догонит пешехода

3) 4 ∙ 3 - 12 (км) - расстояние от В, на котором всадник догонит пешехода.

Задача 5. В 7 ч из Москвы со скоростью 60 км/ч вышел поезд. В 13 ч следующего дня в том же направлении вылетел самолет со скоро­стью 780 км/ч. Через какое время самолет догонит поезд?

Решение. В данной задаче рассматривается движение поезда и самолета в одном направлении из одного пункта, но начинается оно в разное время. Известны скорости поезда и самолета, а также время начала их движения. Требуется найти время, через которое самолет догонит поезд.

Из условия задачи следует, что к моменту вылета самолета поезд прошел определенное расстояние. И если его найти, то данная задача становится аналогичной задаче 3, рассмотренной выше.

Чтобы найти расстояние, которое прошел поезд до момента выле­та самолета, надо подсчитать, сколько времени находился в пути по­езд. Умножив время на скорость поезда, получим расстояние, прой­денное поездом до момента вылета самолета. А дальше как в задаче 3.

1) 24 - 7 - 17 (ч) - столько времени был в пути поезд в тот день, когда он вышел из Москвы.

2) 17 + 13 = 30 (ч) - столько времени был в пути поезд до момента
вылета самолета.

3) 60 ∙ 30 - 1800 (км) - путь, пройденный поездом до момента вылета самолета.

4) 780 - 60 = 720 (км/ч) - скорость сближения самолета и поезда.

5) 1800:720 = 2—(ч)-время, через которое самолет догонит поезд.

*Задачи на движение двух тел в противоположных направлениях*

В таких задачах два тела могут начинать движение в противополож­ных направлениях из одной точки: а) одновременно; б) в разное время. А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время.

Общим теоретическим положением для них будет следующее: *vудал. = v₁ + v₂..* соответственно скорости первого и второго тел, а *v*удал.*-*это скорость удаления, т.е. расстояние, на которое удаля­ются друг от друга движущиеся тела за единицу времени.

Задача 6. Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут эти поезда через 3 часа после выхода?

Решение. В задаче рассматривается движение двух поездов. Они выходят одновременно от одной станции и идут в противоположных направлениях. Известны скорости поездов (60 км/ч и 70 км/ч) и время их движения (3 ч). Требуется найти расстояние, на котором они будут находиться друг от друга через указанное время.

Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть такими: схематический чертеж или таблица.

Чтобы ответить на вопрос за­дачи, достаточно найти расстоя­ния, пройденные первым и вто­рым поездом за 3 ч, и полученные результаты сложить:

1)60 ∙ 3= 180 (км)

2) 70 ∙ 3 = 210 (км)

3) 180 + 210 = 390 (км)
Можно решить эту задачу другим способом, воспользовавшись понятием скорости удаления:

1) 60 + 70 = 130 (км/ч) - скорость удаления поездов

2) 130 ∙3 = 390 (км) - расстояние между поездами через 3 ч.
Задача 7. От станции Л отправился поезд со скоростью 60 км/ч

Через 2 ч с этой же станции в противоположном направлении вышел другой поезд со скоростью 70 км/ч. Какое расстояние будет между поездами через 3 ч после выхода второго поезда?

Решение. Эта задача отличается от задачи 6 тем, что движение поездов начинается в разное время. Вспомогательная модель задачи представлена на рис. 59. Решить ее можно двумя арифметическими способами.

60 км/ч 70 км/ч

|  |
| --- |
| https://konspekta.net/lektsiacom/baza4/20178686776.files/image062.jpg |

|  |
| --- |
| Рис, 59 |

1 способ

1) 2 + 3 = 5 (ч) - столько времени в пути был первый поезд.

2) 60 5 ∙ 300 (км) - расстояние, которое за 5 ч прошел этот поезд.

3) 70 ∙ 3 - 210 (км) - расстояние, которое прошел второй поезд.

4) 300 + 210 = 510 (км) - расстояние между поездами.

2 способ

1) 60 + 70 = 130 (км/ч) - скорость удаления поездов.

2) 130 ∙ 3 = 390 (км) расстояние, на которое удалились поезда за 3 ч.

3) 60 ∙ 2 = 120 (км) - расстояние, пройденное первым поездом за 2 ч.

4) 390 + 120 = 510 (км) - расстояние между поездами.

Задачи на движение по реке

При решении таких задач различают: собственную скорость дви­жущегося тела, скорость течения реки, скорость движения тела по течению и скорость движения тела против течения. Зависимость меж­ду ними выражается формулами:

vпо теч. = vсбл. + vтеч.р.;

vпр. теч. = vсбл. – vтеч.р.

vсбл. = (vтеч.р + vпр. теч.) : 2.

Задача 8. Расстояние 360 км катер проходит за 15 ч, если двигает­ся против течения реки, и за 12 ч, если двигается по течению. Сколько времени потребуется катеру, чтобы проплыть 135 км по озеру?

Решение. В данном случае удобно все данные, неизвестные и ис­комое, записать в таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | s | v | t |
| по течению | 360 км |  | 12 ч |
| против течения | 360 км |  | 15 ч |
| по реке | 135 км | ? |  |

Таблица подсказывает последовательность действий: найти сначала скорость движения катера по течению и против течения, затем, исполь­зуя формулы, - собственную скорость катера и, наконец, время, за ко­торое он проплывет 135 км по озеру:

1) 360:12 = 30 (км/ч) - скорость катера по течению реки.

2) 360:15 — 24 (км/ч) - скорость катера против течения реки.

3) 24 + 30 - 54 (км/ч) - удвоенная собственная скорость катера.

4) 54:2 = 27 (км/ч) - собственная скорость катера

5) 135: 27 = 5 (ч) - время, за которое проплывет катер 135 км.

**Упражнения**

1. С противоположных концов катка длиной 180 м бегут навстречу друг другу два мальчика. Через сколько секунд они встретятся, если начнут бег одновременно и если один пробегает 9 м в секунду, а дру­гой 6 м в секунду?

Объясните, используя условия данной задачи, смысл следующих выражений:

а)9 + 6; 6)180:9; в) 180:6; г) 180:(9 + 6).

Какое из этих выражений является решающей моделью данной за­дачи?

2. Запишите решение задачи в виде выражения:

а) Самолет пролетел за 2 ч *а*км. Сколько километров он пролетит за 5 ч?

б) Из двух городов, расстояние между которыми 9 км, одновре­менно навстречу друг другу выехали легковой автомобиль и грузовик и встретились через / ч. Скорость легкового автомобиля *у*км/ч. Най­дите скорость грузовика.

в) Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали автомобиль и мотоцикл и встретились через *t*ч. Найдите расстояние между городами, если скорость автомобиля *v ₁*км/ч, а скорость мото­цикла *v₂*км/ч.

3. Решите следующие задачи арифметическим методом; решение запишите по действиям с пояснением:

а) На путь по течению реки моторная лодка затратила 6 ч, а на обратный путь - 10 ч. Скорость лодки в стоячей воде 16 км/ч. Какова скорость течения реки?

4. Есть ли среди следующих задач задачи с недостающими или из­быточными данными:

а) Турист проехал поездом и на лошади 288 км, причем на лошади он проехал 48 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошади - 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошади, если скорость поезда 60 км/ч?

б) Турист проехал поездом и на лошади 288 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошади - 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошади?

в) Турист проехал поездом и на лошади 288 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошади - 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошади, если
поезд шел со скоростью 60 км/ч?

**Основные выводы.**

Установили, что любая текстовая задача состоит из взаимосвязанных условий и требований.

Основными методами решения таких задач являются арифметический и алгебраический, а процесс решения задачи включает следующие основные этапы:

1) анализ; 2) поиск плана решения; 3) осуществление плана решения; 4) проверка найденного решения.

Рассмотрены некоторые приемы выполнения этих этапов. Главный прием – это моделирование. Прежде всего, решить текстовую задачу – это значит построить ее математическую модель (выражение или уравнение). Но чтобы облегчить поиск математической модели, нужны модели вспомогательные. Они могут быть графическими (рисунок, условный рисунок, чертеж, схематический чертеж), знаковыми (краткая запись, таблица) и др.